

PHILIPPE MONGIN

Problèmes de Duhem en théorie de l'utilité espérée

paru dans *Fundamenta Scientiae*, tome 9, 1988, pp. 289-317

1. INTRODUCTION

Suivant une thèse désormais banale de l'épistémologie contemporaine, les énoncés scientifiques affrontent *en bloc* le verdict de l'expérience. La réfutation n'est pas un procédé univoque de sélection des hypothèses, parce qu'elle ne les frappe jamais isolément. Que cette difficulté tienne à la structure logiquement complexe des théories, ou à la préexistence d'une "théorie observationnelle" dans l'opération de mesure la plus simple, il faut conclure à la sous-détermination radicale de nos choix scientifiques par l'expérience. Réfutation et corroboration n'ont alors qu'une valeur logiquement relative. La manière d'en tenir compte ressortit finalement à la pragmatique. Pour éclairer l'interprétation des résultats expérimentaux, l'épistémologue ne peut faire mieux que de proposer des critères partiels, dépendants du contexte, *raisonnables plutôt que strictement contraignants*.

On appellera *holisme épistémologique* la position qui vient d'être restituée à grands traits¹. L'expression la plus claire et la plus forte en apparaît dans le grand livre de Pierre Duhem, *La théorie physique, son objet, sa structure* (1906, 2e éd. 1914). Le retentissement de cet ouvrage dans les milieux anglo-saxons (il est encore insuffisamment connu du lecteur français) tient pour partie à l'amplification qu'en propose Quine dans un passage célèbre de *From a Logical Point of View* (1953, II, 6). La thèse générale du holisme affirme seulement que l'on ne peut conclure au rejet d'une hypothèse scientifique sur la seule base de l'expérience et des règles de la logique formelle. D'après la variante hyperbolique sur laquelle s'arrête Quine, une expérience donnée met en jeu non pas seulement plusieurs énoncés, "proches", en un sens mal défini, de l'énoncé du test, mais l'ensemble total de nos croyances, y compris notre adhésion à la mathématique traditionnelle et au principe de contradiction. Il en résulte que l'on peut, face à une expérience quelconque, choisir de préserver l'énoncé que l'on souhaite; et inversement, aucun énoncé, si haut soit-il dans la hiérarchie de nos connaissances, n'est à l'abri d'une menace de réfutation. Sous l'étiquette de *Duhem-Quine thesis*, l'épistémologie anglo-saxonne désigne finalement ce qu'il y a de commun entre cette version très particulière, maximaliste, du holisme, et l'idée originelle, qui était à la fois moins extrême et moins précise, de Pierre Duhem. L'amalgame entre les deux auteurs est d'autant plus discutable qu'ils ne sont pas seulement en désaccord sur la radicalité des conclusions: il est aussi vrai qu'ils abordent le holisme sous des points de vue distincts, par certains côtés complémentaires. Quine donne un volet *sémantique* à une thèse qui, chez Duhem, revêt une portée primordialement *méthodologique*. La sous-détermination des théories scientifiques par l'expérience intéresse Quine parce qu'elle perturbe la conception traditionnelle de la signification des énoncés; il en vient donc à reformuler cette conception, et ne se préoccupe guère de proposer un critère du bon usage des réfutations dont le physicien ou l'économiste pourraient faire leur profit. Quoique certains passages de *La théorie physique* se prêtent à une réinterprétation

¹ Le lecteur économiste pardonnera cette précision triviale: le holisme épistémologique n'a évidemment rien à voir avec la controverse classique, en sciences sociales, du "holisme" et de l'"individualisme méthodologique".

sémantique² Duhem place autrement l'accent. Il ne se lie pas à une conception particulière du sens des énoncés scientifiques, mais privilégie la "situation de problème" telle que le physicien idéal la percevrait: comment tirer le meilleur parti des enseignements de l'expérience, étant donné qu'ils n'emportent jamais de conclusions univoques ? Cette différence de perspective, plus encore que le désaccord sur l'extension de la thèse, justifie que l'on sorte d'une indivision factice et rende son bien à chacun des deux auteurs. Comme on se place ici dans une perspective strictement méthodologique, il s'agira désormais, seulement, des thèses de Pierre Duhem³.

Conformément à une tradition solidement représentée en France, Duhem se donne pour un épistémologue "local": il ne prétend pas que ses conclusions s'appliquent en dehors de la théorie physique. En fait, celles-ci supportent d'être généralisées, parce qu'elles reposent expressément sur un critère abstrait: les lois de la physique sont à la fois "symboliques" et "approchées"; c'est parce qu'elles ne sont pas encore parvenues à ce stade, et, semble-t-il, seulement pour cette raison, que les lois de la physiologie, par exemple, échapperaient aux difficultés que rencontre la méthode expérimentale en physique⁴. Ainsi motivée, la thèse de Duhem peut se transposer à d'autres disciplines. On admettra ici la motivation, qui, pourtant, est discutable: faut-il vraiment qu'une discipline soit parvenue à la formalisation de ses concepts et à l'assignation de mesures numériques afin que le point de vue holistique commence à être pris en considération ? Pour l'objet dont on s'occupera ici, la concession est de peu d'importance. La théorie économique, en effet, élabore des lois de comportement qui ont à la fois le caractère "symbolique" et le caractère "approché": elle justifie entièrement qu'on la confronte aux analyses de Duhem dans le chapitre VI de *La théorie physique*.

On procédera au repérage des problèmes en survolant le texte de Duhem; pour les solutions proposées - aucune, à ce jour, ne dépasse le niveau de la suggestion probatoire - on puisera dans un corpus plus large en privilégiant les réponses de la philosophie réfutationniste. De ces préliminaires, on conclura qu'il faut distinguer *trois thèses de Duhem*:

a) l'une, minimale, proclame seulement l'impossibilité de l'expérience cruciale;

b) une autre, de portée intermédiaire, met en évidence la difficulté que le savant a de choisir, en cas de réfutation, entre des hypothèses naturellement conjointes;

c) enfin, dans une variante hyperbolique, moins radicale toutefois que celle de Quine, la thèse affirme qu'une expérience donnée met en jeu la totalité du corpus théorique - la physique, les sciences de l'homme - auquel on emprunte les énoncés soumis au test.

A ces trois versions correspondent trois formes, assez différentes, du "problème de Duhem": comment faire servir l'expérience à départager deux théories concurrentes? Comment répartir les conséquences de la réfutation sur un corps d'énoncés qui combine hypothèses substantielles, généralement multiples, hypothèses auxiliaires et conditions

² On pense notamment aux chapitres IV et V de la deuxième partie, dans lesquels Duhem s'interroge sur l'interprétation à donner aux énoncés de la physique théorique. Il défend là une conception instrumentaliste de leur signification qui, parfois, se rapproche du pragmatisme quinéen.

³ On s'est appuyé, pour ce travail, sur l'utile commentaire d'A. Boyer (1986), qui distingue clairement les positions de Quine et de Duhem, et fait justice d'un certain nombre de malentendus épistémologiques suscités par la critique anglo-saxonne.

⁴ T.P., II, VI, pp. 273-278.

initiales ? Comment le test d'une loi physique ou économique est-il même possible, puisqu'il n'y a pas de relevé d'observations sans "théorie observationnelle"?

Après avoir introduit ces distinctions, on s'intéressera au traitement par les économistes de la thèse b) et du problème correspondant. Une méthode consistait à diversifier les exemples pour faire apparaître les niveaux de rigueur très variables auxquels opère la discipline. On a finalement préféré se limiter à l'analyse détaillée d'une seule théorie, à la fois pour gagner en précision et *pour tenir un point de vue d'historien sur le problème de Duhem*. Cette dernière considération est fondamentale. Il n'est pas nécessaire d'adhérer en détail à la "méthodologie des programmes scientifiques de recherche" pour revendiquer cette idée simple de Lakatos: on ne peut dire aussitôt si telle ou telle situation duhémienne a débouché sur une résolution satisfaisante. La possibilité d'une conclusion instantanée coïnciderait avec une résolution logique du problème, qui, précisément, est impossible. Duhem ne dit pas autre chose que Lakatos, quand il évoque le conflit de l'hypothèse corpusculaire et de l'hypothèse ondulatoire après l'expérience de Foucault: les tenants de la première *finirent* par avoir tort, écrit-il en substance, parce qu'ils devaient *multiplier* les "corrections" et "hypothèses accessoires", tandis que les défenseurs de la seconde, comme Fresnel, leur opposaient "*sans cesse*" de nouvelles objections (TP, II, VI, p. 331). En économie, la théorie de l'utilité espérée offre l'exemple peut-être unique d'un débat à la fois persistant (il a commencé en 1944) et relativement univoque: les "corrections" et "hypothèses accessoires" ont généralement procédé toujours du même camp, celui des défenseurs de la théorie, tandis que les critiques ont su renouveler leurs contre-exemples. Aujourd'hui les spécialistes de la décision individuelle considèrent le modèle de l'utilité espérée comme réfuté. On aimerait interpréter ce consensus relatif - il n'a malheureusement pas eu d'effets notables, encore, sur le gros des économistes - comme l'indication d'un espoir pour la science économique: elle parviendrait quelquefois à surmonter le problème de Duhem. L'exemple peut avoir un caractère exceptionnel. L'histoire récente de la théorie de la firme, que l'on a essayé d'aborder dans une étude antérieure (1986), offre l'image opposée, véritablement désastreuse, de controverses avortées, d'expériences confuses, bref, de problèmes de Duhem qui ne sont pas même affrontés.

2. VARIANTES DE LA THÈSE ET DU PROBLÈME DE DUHEM

Les différentes thèses de Duhem se déploient à partir de ce passage liminaire:

Un physicien se propose de démontrer l'inexactitude d'une proposition: pour déduire de cette proposition la prévision d'un phénomène, pour instituer l'expérience qui doit montrer si ce phénomène se produit ou ne se produit pas, pour interpréter les résultats de cette expérience et constater que le phénomène prévu ne s'est pas produit, il ne se borne pas à faire usage de la proposition en litige: il emploie encore tout un ensemble de théories, admises par lui sans conteste: la prévision du phénomène dont la non-production doit trancher le débat ne découle pas de la proposition litigieuse prise isolément, mais de la proposition litigieuse jointe à tout cet ensemble de théories; si le phénomène prévu ne se produit pas, ce n'est pas la proposition litigieuse seule qui est mise en défaut, c'est tout l'échafaudage théorique dont le physicien a fait usage; la seule chose que nous apprenne l'expérience, c'est que, parmi toutes les propositions qui ont servi à prévoir ce phénomène et à constater qu'il ne se produisait pas, il y a au moins une erreur; mais où gît cette erreur, c'est ce qu'elle ne nous dit pas. Le physicien déclare-t-il que cette erreur est précisément contenue dans la proposition qu'il voulait réfuter et non pas ailleurs? C'est qu'il admet implicitement l'exactitude de toutes les autres propositions dont il a fait usage: tant vaut cette confiance, tant vaut sa conclusion.

(T.P., II, VI, p. 280-281; souligné par nous)

Avant de distinguer les trois thèses (a), (b), (c), il faut souligner un point d'interprétation élémentaire, mais fondamental: Duhem analyse le rapport du physicien à l'expérience dans le contexte du réfutationnisme. Il s'agit sans doute d'un réfutationnisme *minimal* que l'on peut ressaisir dans la thèse: l'expérience n'informe sur les lois générales qu'à travers les démentis qu'elle inflige. Tout le chapitre VI, peut-être même *La théorie physique* dans son ensemble, se conforme à cette postulation qui est à la fois limitée et considérable. Il faut donc beaucoup solliciter le texte pour affirmer, ainsi que Popper l'avait fait trop rapidement naguère, que Duhem exclut la possibilité d'expériences cruciales *parce qu'il suppose le vérificationnisme*⁵.

C'est Le Roy, ainsi peut-être que Poincaré dans un texte ambigu, qui semble avoir lié la sous-détermination des théories par l'expérience au point de vue vérificationniste⁶. Le lecteur moderne se convaincra aisément que la démarche de *La théorie physique* est la seule qui donne un sens au "problème du Duhem": le vérificationnisme s'effondre avant la formulation de cette difficulté, principalement parce qu'il repose sur une analyse logique défectueuse des lois, secondairement parce qu'il ne parvient pas à affronter les "paradoxes de la confirmation".

La thèse minimale que l'on puisse tirer du chapitre VI est: (a) *l'impossibilité de l'expérience cruciale réfutatrice*. L'argumentation de Duhem procède directement du passage qui vient d'être cité. On a cru pouvoir interpréter la fameuse expérience de Foucault comme disqualifiant la théorie corpusculaire de Newton au profit de l'hypothèse ondulatoire. En fait, l'expérience ne mettait pas seulement en concurrence deux énoncés incompatibles sur la nature de la lumière; elle revenait à confronter deux systèmes complexes de propositions. Biot est donc logiquement fondé à préserver l'hypothèse de l'émission: il dirige la réfutation sur l'une des hypothèses auxiliaires, par exemple celle qui explicite l'influence que les corpuscules lumineux subissent de la part des milieux qu'ils traversent⁷. A vrai dire, on peut plaider l'impossibilité des expériences cruciales *réfutatrices* sur une autre base méthodologique, indépendante du "problème du Duhem": deux lois mises en concurrence ne peuvent pas être mutuellement contradictoires, puisque, suivant l'analyse traditionnelle, toutes deux ont la forme logique d'énoncés universels. Duhem rejoint ce type d'argumentation lorsqu'il nie que deux hypothèses de physique puissent constituer un "dilemme rigoureux" (VI, 2, p. 288). Il en est très proche encore lorsqu'il s'en prend à une réinterprétation élaborée de "l'expérience de la croix"; dans cette variante, le physicien ne parviendrait pas à départager directement les théories deux à deux, mais réussirait finalement à séparer la théorie vraie de ses concurrentes fausses au terme d'un processus d'éliminations successives. Une telle procédure, parfois appelée "induction par élimination", suppose manifestement que le stock initial de lois est *fini*. Or l'hypothèse ordinaire d'une forme universelle pour toutes les lois, avec domaine de variation infini, est certainement incompatible avec ce présupposé⁸.

⁵ 1934-1972, § 19, p. 78, n. 1.

⁶ Cf. Le Roy: "Les lois sont invérifiables à prendre les choses en toute rigueur... parce qu'elles constituent le critère même auquel on juge les apparences...", cité in T.P., II, VI, p. 318; et éventuellement, Poincaré, cité in T.P., *ibid.*, p. 305.

⁷ La théorie corpusculaire des newtoniens implique, sous certaines *hypothèses auxiliaires*, que la lumière aille plus vite dans l'eau que dans l'air. L'expérience de Foucault a falsifié cette conclusion; beaucoup de physiciens, comme Arago, l'ont alors interprétée comme une preuve en faveur de l'hypothèse ondulatoire.

⁸ On peut renforcer de différentes manières l'argument contre ("induction par élimination": A. Boyer, par exemple, invoque le problème de *Goodman* qui tend à montrer qu'on peut démultiplier une hypothèse donnée ("toutes les émeraudes sont vertes") en une infinité de variantes observationnellement équivalentes "'toutes les émeraudes sont vertes jusqu'à l'instant d'aujourd'hui,... "jusqu'à l'instant d'aujourd'hui + 1", etc).

La seconde thèse que défend Duhem correspondrait à une interprétation médiane de la citation, en quelque sorte: (b) *la réfutation empirique se répartit généralement sur plusieurs hypothèses substantielles d'un même corps de théorie; à supposer même que l'on arrive à concevoir une expérience séparée pour chaque hypothèse substantielle, il n'en resterait pas moins que le savant pourrait logiquement imputer la réfutation aux énoncés de conditions initiales ou aux hypothèses auxiliaires.* La théorie de l'utilité espérée, qu'on examinera en détail plus bas, illustre bien la nature de ces difficultés emboîtées. Certaines expériences de choix entre loteries réfutent l'existence d'une fonction d'utilité possédant la propriété de linéarité que prévoit la théorie: elles atteignent celle-ci en général, et non pas tel ou tel axiome en particulier. On peut alors reformuler les axiomes de manière que ceux-ci deviennent logiquement indépendants, et rechercher une expérience réfutatrice pour chacun d'eux pris isolément. Cette démarche aboutira quelquefois, mais non pas toujours. L'exemple de la théorie de l'utilité espérée révèle que les expériences les plus fines mettent en cause au moins *deux* axiomes simultanément parmi les quatre de la théorie. A supposer même que l'on soit parvenu à une assignation biunivoque des expériences aux axiomes, il subsisterait une difficulté; en cas d'échec de la prédiction, l'expérimentateur peut choisir de remettre en cause l'hypothèse auxiliaire sous-jacente à *tous* les tests jamais réalisés sur l'utilité espérée: les montants monétaires sont assez importants pour que le sujet leur applique un critère de choix significatif, ils ne sont pas trop importants pour que ce critère s'éloigne de ses règles de décision quotidiennes⁹.

L'exemple de l'utilité espérée le suggère déjà: contrairement à (a), qui désigne une *impossibilité* irrémédiable, (b) livre plutôt une série de *difficultés*. Pour les affronter, on recommande régulièrement, avec Popper et Bunge, par exemple¹⁰, d'axiomatiser les théories et de vérifier l'indépendance des axiomes. Il faut se rappeler que la vérification d'indépendance ne passe pas nécessairement par une démonstration syntaxique. Elle peut s'obtenir comme sous-produit, après que l'on a construit une expérience discriminante: si l'on a pu réfuter H_1 , sans mettre en cause H_2 , on a prouvé leur indépendance logique par la "méthode des modèles". De la sorte, l'approche axiomatique en science naturelle ou en économie est moins formelle qu'il ne semble tout d'abord. En même temps, le télescopage du test avec la vérification d'indépendance ne va pas sans inconvénients. On ne peut subordonner entièrement la présentation axiomatique des théories aux possibilités concrètes de tests discriminants. Il peut y avoir des raisons, en dernier ressort métaphysiques, de décomposer la théorie en H_1 et H_2 , et non pas en H'_1 , et H'_2 , alors même que l'on parvient à séparer empiriquement H'_1 et H'_2 , mais non pas H_1 et H_2 .

Pour s'appliquer sur une large échelle, la méthode des *axiomatisations indépendantes* doit sans doute être généralisée. On peut obtenir des résultats probants avec des formes partielles d'indépendance, par exemple en construisant une chaîne d'axiomes H_1, \dots, H_n telle que H_j implique H_{j-1} , mais non l'inverse. C'est très exactement ainsi que procèdent les spécialistes de l'utilité espérée: les postulats P_2 et P_3 de continuité et d'indépendance sont ainsi formulés qu'ils impliquent P_1 , l'hypothèse de préordre total, sans que, bien entendu, aucune des implications réciproques n'ait lieu. Cette remarque anticipe directement sur la problématique poppérienne des "degrés d'universalité", qui joue un rôle important dans la discussion de (c), la variante hyperbolique de la thèse de Duhem.

⁹ On a parfois contesté sur cette base la célèbre expérience d'Allais, discutée plus loin. Il est curieux de noter que Ramsey, déjà, avait pris conscience de la difficulté (1926).

¹⁰ Cf. Popper, 1934-1972, § 16: "although the theories of physics are in general not completely axiomatized, the connections between their various parts may yet be sufficiently clear to enable us to decide which of its sub-systems are affected by some particular falsifying observation", p. 72; et Bunge, 1973, passim.

A supposer que l'on ait réussi à construire un test séparateur, il subsisterait encore la question: comment répartir la charge de la réfutation entre hypothèse principale et hypothèse auxiliaire ? Si l'on peut tester indépendamment les hypothèses auxiliaires, la question recevra une réponse déterminée. La micro-économie de l'entreprise, par exemple, offre de nombreux exemples de controverses qui sont restées infructueuses, parce que l'on a refusé d'interpréter empiriquement certaines hypothèses auxiliaires - sur la nature de la concurrence - et finalement négligé des occasions faciles de test indépendant. Naturellement, la situation n'est pas toujours aussi propice. L'hypothèse auxiliaire déjà citée sur le montant convenable des loteries ne se laisse pas tester indépendamment, si ce n'est de manière floue, par introspection ou entretien avec le sujet. On peut imaginer de la mettre à l'épreuve dans une expérience de choix certain, en supposant que la théorie de l'utilité est vraie dans ce dernier contexte au moins; ce faisant, on ne parvient pas véritablement au stade du test *indépendant*, puisque la théorie de l'utilité dans le certain est une *partie* (la plus triviale sans doute) de la théorie de l'utilité espérée. Ici encore, il semblerait qu'il faille affaiblir la notion ordinaire d'indépendance, afin de tenir compte de ces formes intermédiaires, insuffisamment rigoureuses, mais déjà appréciables, du contrôle expérimental.

Dans le cas le plus défavorable, où l'hypothèse auxiliaire ne se prête à aucune forme de test indépendant, le mieux est de tester l'hypothèse principale dans un contexte radicalement différent - à l'aide d'une *autre* hypothèse auxiliaire. A supposer même qu'ils refusent d'interpréter empiriquement les termes "concurrence parfaite", "monopole", "concurrence monopolistique", les théoriciens de la firme auraient gagné à appliquer systématiquement cette maxime. Elle repose sur une idée très intuitive, mais difficile à préciser formellement. Supposons que l'on teste H en présence de A_1, \dots, A_n , successivement, et que l'on obtienne, chaque fois, un démenti. Duhem et Popper s'accorderaient alors sans doute pour déclarer H réfutée - à condition que n soit suffisamment grand et les A_i indépendants au degré convenable. De même, si H & A_1 est réfutée, alors qu'aucune des autres H & A_i ne l'est, on décidera sans doute que A_1 est réfutée. Si naturelles qu'elles soient, ces conclusions ne découlent d'aucun principe *logique*: dans le premier cas, il se peut que chacune des A_j soit fautive; dans le second, que H soit responsable de la première réfutation. Mais on peut s'efforcer de les justifier autrement, par des considérations empruntées à la théorie du choix rationnel. Cette démarche imposera des hypothèses philosophiques supplémentaires: la désignation, comme victime propitiatoire, de H dans le premier cas et de A_1 dans le second ne paraît s'imposer que si l'on postule une forme du "principe d'indifférence", i.e. l'uniformité de la nature par rapport aux catégories de notre savoir¹¹. Les disciples de Popper n'hésiteraient sans doute pas à déterminer mieux la situation de choix duhémien par des hypothèses métaphysiques de cet ordre. Ils hésiteraient, toutefois, à formuler ces hypothèses dans un cadre probabiliste, comme le suggérerait sans doute un théoricien orthodoxe du choix rationnel.

Popper a tenté une réponse unifiée à la question des hypothèses auxiliaires, lorsque, dans un passage célèbre sur les "stratagèmes conventionnalistes", il écrit

¹¹ E. Zahar (1982) propose la justification heuristique suivante: dans le premier cas, l'imputation de la fausseté à H est compatible avec 2^n valuations parmi les 2^{n+1} a priori concevables dans le calcul propositionnel construit sur H, A_1, \dots, A_n , l'imputation de fausseté à chacune des A_1, \dots, A_n donne au contraire 2 valuations possibles seulement. Cet argument ne porte que si l'on admet *l'équiprobabilité* des valuations, c'est-à-dire l'uniformité du comportement de la nature lorsqu'elle est décrite par ce calcul propositionnel.

"As regards auxiliary hypotheses we propose to lay down the rule that only those are acceptable whose introduction does not diminish the degree of falsifiability or testability of the system in question, but, on the contrary, increases it" (1934-1972, § 20, pp. 82-83).

Lakatos a protesté contre cette règle en prétendant qu'elle était à la fois "trop lâche" et "trop stricte"¹². Elle serait trop lâche, parce qu'elle autoriserait - dans le cas où la falsifiabilité croîtrait - l'adjonction d'hypothèses arbitraires, sans relation avec le noyau du programme de recherche considéré. Pour Lakatos, une modification doit respecter une contrainte supplémentaire - la conformité à l'heuristique du programme. Une telle critique ne paraît pas atteindre la formulation précise de Popper: celle-ci n'indique expressément qu'une condition nécessaire à l'introduction de nouvelles hypothèses. La véritable objection contre la règle est, bien évidemment, qu'elle est *trop stricte*. Popper lui-même en est venu à l'atténuer de diverses manières¹³. On lui a opposé divers exemples de physique, mais une illustration simpliste peut suffire à donner la mesure du problème. Supposons qu'un disciple de Bentham et Mill admette de remplacer la régularité fautive:

(1) "Tous les agents, sur tous les marchés, se comportent comme s'ils avaient une fonction d'utilité"

par celle-ci, qui demeure à tester:

(2) "Tous les agents des marchés financiers se comportent comme s'ils avaient une fonction d'utilité".

En ajoutant une hypothèse auxiliaire sur la nature des marchés, on a diminué la "falsifiabilité du système". Il se peut toutefois que la seconde loi approche mieux la réalité que la première: la science progresse quelquefois *aussi* en restreignant les antécédents des hypothèses conditionnelles. Sans doute faut-il s'imposer des règles strictes pour éviter de parvenir *trivialement* à des lois vraies par cette méthode. De telles règles dépendront peut-être, en dernier ressort, d'une comparaison entre degrés de falsifiabilité: en tout cas, la pertinence de cette mesure, pour l'arbitrage entre (1) et (2), ne saurait être, au mieux, que *médiate*¹⁴.

3. LA FORMATION DE LA THÉORIE DE L'UTILITÉ ESPÉRÉE

Ce que les économistes nomment un peu pompeusement "théorie de l'utilité espérée" tient en un corps d'axiomes - de trois à cinq suivant les présentations - et en une suite de corollaires, dont le plus significatif est un "théorème de représentation": il indique de quelle manière une relation de préférence, définie par les axiomes sur des objets de choix abstraits nommés "loteries", se laisse *représenter* par une fonction numérique. La structure de cette théorie est caractéristique de l'approche contemporaine de l'utilité: dans un premier temps, on définit certaines propriétés ensemblistes sur une relation binaire qui symbolise les préférences de l'agent; dans un deuxième temps, on s'interroge sur l'existence et la nature d'une fonction d'utilité qui reproduira les propriétés d'ordre,

¹² 1970, p. 182.

¹³ "En admettant qu'une hypothèse initialement ad hoc pouvait devenir testable, puis en proposant de distinguer les "degrés d'adhocéité", cf. Boyer, 1986.

¹⁴ Dans un autre travail (1988), on a proposé de tenir compte de la nature linguistique des reformulations. Celles qui consistent à exclure nommément les falsificateurs, ou à pratiquer des restrictions spatio-temporelles d'antécédents, sont inférieures aux reformulations qui s'expriment à l'aide d'un prédicat intensionnel. Par exemple "Tous les animaux à nageoires *vivant dans les mers chaudes* sont de poissons" est donc une reformulation moins satisfaisante que "Tous les animaux à nageoires *et écailles* sont des poissons", lorsqu'on s'efforce de tenir compte de la découverte de mammifères marins.

de continuité, etc., posées sur la relation. La dernière phase fait traditionnellement intervenir la question - trop souvent posée de manière jargonnante et ésotérique - de l'"ordinalité" ou de la "cardinalité" de la représentation. En dehors de la théorie de l'utilité espérée, la dénivellation axiomes/théorème de représentation se retrouve dans le modèle de choix en certitude tel qu'il est maintenant formalisé¹⁵. Suivant l'interprétation retenue, ce modèle peut passer pour un cas particulier ou, au contraire, pour le cas général de la théorie de l'utilité espérée. Comme il apparaîtra une fois les axiomes énoncés, il n'y a rien de paradoxal dans cette dualité d'interprétation, qui revêt une certaine importance pour la discussion méthodologique.

La théorie actuelle de l'utilité espérée remonte à von Neumann et Morgenstern (1944), mais ceux-ci ne parviennent pas encore à se dégager tout à fait de la manière ancienne de raisonner, qui prenait la fonction d'utilité comme donnée initiale, et non pas comme résultat. De ce fait, ils ne réussissent pas à isoler clairement le postulat d'indépendance, qui jouera pourtant un rôle crucial dans l'appréciation empirique (et la réfutation) de la théorie. Des axiomatiques plus transparentes apparaissent néanmoins peu après la publication de *Theory of Games and Economic Behavior*: celle de Friedman et Savage (1948, 1952) et celle de Marschak (1950). Elles livrent ce qu'il est convenu d'appeler la *Théorie de l'utilité von Neumann-Morgenstern*, qui est l'une des deux branches de la théorie de l'utilité espérée. Tous les auteurs que l'on vient de citer raisonnent à probabilités *données*. Le concept primitif de leurs axiomatiques est la "loterie", qui est formellement identique à une loi de probabilité sur un ensemble mesurable, et que l'on interprète intuitivement comme un billet donnant droit à des résultats r avec probabilité $p(r)$, r' avec probabilité $p(r')$, etc. En 1954, L. Savage unifie la théorie du choix et l'interprétation subjective des probabilités dans une construction assez complexe, qui revient à dériver le théorème de représentation précédemment établi *sans se donner au départ les probabilités*: celles-ci apparaissent dans le cours de la dérivation logique (elles peuvent donc s'interpréter seulement comme probabilités subjectives). Les axiomes de Savage sont plus nombreux et difficiles à interpréter que ceux de la théorie von Neumann-Morgenstern. Comme la plupart des tests se fait à probabilités données - on propose aux agents des billets de loterie dans lesquels chaque résultat monétaire est affecté d'une probabilité -, il ne sera pas nécessaire, ici, de sortir du cadre simple tracé par von Neumann et Morgenstern.

Friedman et Savage (1952) supposent des loteries construites sur un nombre fini de résultats, éventuellement mais non pas nécessairement monétaires, X_1, \dots, X_n . Une loterie est une probabilité f sur $X = (X_1, \dots, X_n)$. Ils définissent une relation binaire \leq ("de préférences") sur l'ensemble F des loteries en la soumettant aux trois axiomes :

(P1) \leq est une relation de préordre total sur F (i.e. elle est réflexive, transitive, totale).

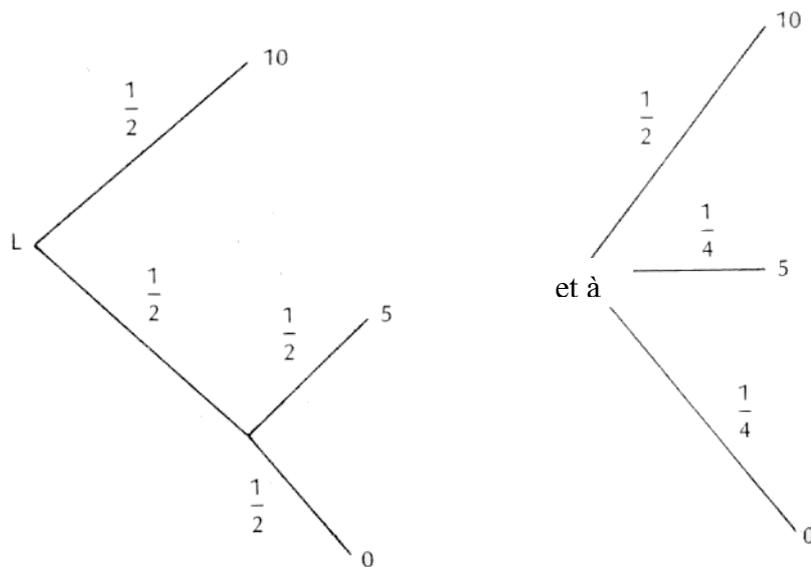
(P2) \leq est continue au sens suivant : pour tout f, g, h , si $\alpha f + (1-\alpha)h \leq g$ pour tout $\alpha \in]0,1[$, alors $f \leq g$.

(P3) \leq respecte l'indépendance au sens suivant : pour tous f, g, h , et quel que soit $\alpha \in]0,1[$, $\alpha f + (1-\alpha)h \leq \alpha g + (1-\alpha)h$ si et seulement si $f \leq g$.

De (P1), (P2), (P3), les deux auteurs concluent au théorème de représentation suivant : il existe une fonction numérique U sur X telle que $f \leq g$ si et seulement si $\sum f(X_i)U(X_i) \leq \sum g(X_i)U(X_i)$, et cette fonction est unique à une transformation affine positive près.

¹⁵ Cf. Debreu, 1959, pp. 55-59.

Les axiomes (P2) et (P3) font intervenir des combinaisons convexes d'éléments de F qui peuvent s'interpréter comme des "loteries composées", c'est-à-dire des loteries ayant pour résultats probabilisés d'autres loteries. Cette interprétation serait néanmoins décalée par rapport au formalisme de la théorie, pour lequel une telle combinaison n'est jamais qu'un élément de F parmi d'autres, puisque F est convexe. Autrement dit, le style de mathématisation retenue ici ne permet pas de tenir compte du fait que l'agent se comporte différemment face à :



Friedman et Savage présupposent donc un *postulat des loteries composées* que d'autres présentations s'attachent, au contraire, à expliciter¹⁶.

On voit quelle peut être l'interprétation empirique de ce postulat supplémentaire: d'une part, l'agent peut faire des calculs de probabilité composées d'une complexité indéfinie; d'autre part, il ne trouve pas un plaisir (ou un déplaisir) différent à participer à un jeu en plusieurs étapes et à ne jouer qu'une fois. Von Neumann et Morgenstern avaient perçu que, du fait de cette postulation, leur théorie serait inapte à prendre en compte le "plaisir du jeu"¹⁷. Si elle ne joue guère de rôle dans les articles de Friedman et Savage ou de Marschak, cette objection apparaît néanmoins comme l'une des plus anciennes que l'on ait élevées contre l'utilité espérée. Par exemple, Ellsberg (1956) note avec pertinence qu'un joueur de poker peut choisir de "rester dans le jeu", alors même que ses chances de remporter la dernière mise lui semblent très faibles: c'est qu'il attache une certaine importance au fait de ne pas être éliminé dès les premiers tours¹⁸.

Dans l'interprétation traditionnelle, le postulat (P1) correspond à une exigence minimale de rationalité: les préférences sont complètes et transitives. Aucun des théoriciens de l'utilité espérée n'admettrait facilement de le remettre en cause (si ce n'est peut-être "à la marge", en réservant la transitivité à la seule préférence stricte $<$). Combiné à (P2), l'axiome implique le théorème de représentation habituel de la théorie du choix en certitude: il existe sur F une *fonction numérique* V représentant \leq et unique à une

¹⁶ Cf. Luce et Raiffa (1957) ou Hey (1979). Harsanyi (1977) explicite le principe des loteries composées, mais il le considère comme une "convention" plutôt qu'un postulat empirique

¹⁷ 1944, p. 28.

¹⁸ Les variantes élaborées du poker, comme le "seven card stud" font alterner longuement les mises et la distribution des cartes; il est presque certain que, dans le courant de telles parties, on constaterait des violations significatives de l'utilité espérée (parce que le joueur ne se retire pas assez vite).

transformation croissante près. On voit alors que le rôle de (P3) est de préciser la forme de V et de restreindre la classe des transformations autorisées : il va découler de l'adjonction de (P3) que (i) V est "linéaire en les probabilités", i.e. il existe une U définie sur X telle que

$$V(f) = V(f(X_1), \dots, f(X_n)) = \sum_{i=1}^n f(X_i)U(X_i),$$

et (ii) V est unique à une transformation affine positive près. Le rôle mathématiquement crucial de (P3) n'est pas apparu d'emblée avec la clarté désirable, comme en témoignent les mises au point tardives publiées sur l'axiome d'indépendance ou ses variantes. Appelée à jouer un grand rôle dans la théorie "généralisée" de l'utilité espérée, *la distinction des fonctions V (sur F) et U (sur X) est conceptuellement fondamentale*. Elle permet de rendre compte de deux articulations possibles du modèle de choix certain avec la théorie von Neumann-Morgenstern. D'un côté, le premier apparaît comme un cas particulier de la seconde, puisque la fonction U représente les préférences de l'agent sur les résultats certains $x_i \in X$. D'un autre côté, la seconde devient un cas particulier du premier modèle lorsque celui-ci est appliqué à F : V n'est rien d'autre qu'une fonction d'utilité au sens du modèle de certitude, dont les propriétés spéciales tiennent à (P3).

Friedman et Savage présentent le postulat de continuité (P2) comme une "hypothèse technique", mais ils admettent implicitement qu'il peut être falsifié. En effet, on remplace souvent - c'est ce que fait Marschak - la formulation (P2) par celle-ci, qui jouera sensiblement le même rôle dans la démonstration du théorème de représentation

(P'2) \leq est continue au sens suivant : pour tous f, g, h si $f < h < g$, il existe $\alpha \in]0, 1[$ tel que $h \sim \alpha f + (1 - \alpha)g$.

En présence des autres postulats, utilisés seulement en partie, (P'2) implique la conclusion suivante:

(C) pour tous f, g et tous $\alpha \in]0, 1[$, si $f < g$, alors $f < \alpha f + (1 - \alpha)g < g$,

conclusion "raisonnable" puisqu'elle affirme en substance :

"pour participer à un jeu, l'individu ne donnera pas plus qu'il ne peut gagner dans le cas le plus favorable, et pas moins qu'il ne peut gagner dans le cas le plus défavorable".

Cette proposition (C) fournit aussi bien un réfutateur potentiel, que Friedman et Savage signalent d'autant plus volontiers, sans doute, qu'il les inquiète peu (1952, pp. 79-80). Dans le même contexte, Marschak (qui emploie directement (P'2)) donne l'exemple plus troublant de l'alpiniste celui-ci préfère risquer sa vie en montagne avec une chance de 95 % de survie ($= \alpha f + (1 - \alpha)g$) à la mort certaine ($= f$) et à la survie certaine ($= g$). Il est curieux de suivre les hésitations de Marschak dans le traitement de ce contre-exemple (1950, pp. 138-140). Globalement, il s'efforce de le tirer vers le cas, déjà discuté par von Neumann et Morgenstern, du "plaisir du jeu", et il le fait justement servir à l'élucidation du rôle joué par ce concept dans la théorie. Après avoir noté - avec bon sens - que l'amour du jeu illustré par l'alpiniste peut très bien se rencontrer dans des décisions "économiques" (comme le financement d'une invention ou le lancement d'une expédition géographique), Marschak se replie finalement sur la position traditionnelle: *il faut traiter l'amour du jeu comme une irrationalité*. Cette conclusion rejoint l'exclusive

autrefois prononcée par Marshall¹⁹; elle permet de sauver la théorie au plan normatif, tout en laissant indécise l'importance qu'il convient finalement d'accorder à ses violations empiriques.

Quant à l'axiome (P3), il joue un rôle décidément singulier dans l'histoire de l'utilité espérée. On découvre avec surprise que les fondateurs de la théorie, von Neumann et Morgenstern, semblaient ignorer la nécessité mathématique d'une condition d'indépendance. Plus exactement, leur présentation axiomatique (1944, p. 26) en occulte si bien le rôle qu'il fallut une intervention de Samuelson au Colloque de Paris (1952, p.129), suivie d'une mise au point de Malinvaud (1952), pour que l'on se convainquît tout à fait que von Neumann et Morgenstern, pas plus que Marschak, ou Friedman et Savage, ne pouvaient se dispenser de (P3). Une fois fixée la décomposition axiomatique de l'"hypothèse von Neumann-Morgenstern", le postulat a quelque temps passé pour *moins problématique que (P2)*, ce qui ne laissera pas de surprendre le lecteur contemporain. La première critique argumentée remonte à Allais (1953), qui attaque (P3) sur le plan normatif aussi bien que positif, et l'on sait combien de temps il lui aura fallu pour ébranler la confiance de ses collègues! Un commentaire déjà tardif d'Ellsberg traduit mieux qu'un autre l'état d'esprit contre lequel Allais s'est longtemps insurgé en vain. Après avoir rappelé le correctif que Samuelson apporte à von Neumann et Morgenstern, Ellsberg conclut:

"it seems rather hard to justify this emphasis since the axiom (= P3) seems indubitably the most plausible of the lot" (1954, p. 544).

Il est vrai que l'axiome paraît tout d'abord "raisonnable", puisqu'il affirme en substance:

"Si un agent préfère une voiture à 50.000 F, il préférera le billet de loterie L , qui lui promet une voiture avec probabilité p et 1.000 F avec probabilité $1 - p$, au billet L' , qui lui promet 50.000 F avec une probabilité p et 1.000 F avec probabilité $1 - p$; et réciproquement".

La justification la plus couramment alléguée, de nos jours, fait intervenir la composition des loteries et décrit un choix en plusieurs étapes²⁰. Cette présentation apparaît quelque peu spéieuse lorsqu'on la rapporte au formalisme von Neumann-Morgenstern: on a vu qu'il ne permettait pas de distinguer entre loteries "à plusieurs étages" et loteries "simples". Friedman et Savage proposent une argumentation vigoureuse en faveur de (P3): l'axiome découle d'une maxime prudentielle qu'ils considèrent comme "unique en son genre" à cause de l'"attrait intuitif" qu'elle exerce (1952, p. 468). Soit un médecin qui recommande le repos lorsque ses patients sont atteints de pneumonie et ne le recommande ni le déconseille lorsqu'ils sont atteints de bronchite; confronté à un malade qui peut avoir soit une pneumonie, soit une bronchite, le médecin recommandera le repos. Tel est le principe irrésistible dont provient (P3), ou plus exactement, la première moitié de cet axiome²¹. La seconde moitié découlerait du principe réciproque: si le médecin recommande le repos lorsqu'il est incertain de la maladie, il n'est pas possible que, simultanément, il recommande l'absence de repos en cas de bronchite et en cas de pneumonie. On voit que les premiers

¹⁹ 1890-1920, *Mathematical Appendix*, note IX, p. 843.

²⁰ Cf. Fishburn, 1982, p. 13.

²¹ Soit f , "le patient est au repos et a une pneumonie"; g , "le patient n'est pas au repos et a une pneumonie"; h , "le patient est au repos et a une bronchite"; h' , "le patient n'est pas au repos et a une bronchite". Par hypothèse, $g < f, h \sim h'$. Le postulat (P3), ou plutôt une variante de celui-ci permettant le remplacement de h' par h , implique pour tout $\alpha \in]0,1[$, $\alpha g + (1 - \alpha)h' < \alpha f + (1 - \alpha)h$.

théoriciens de l'utilité espérée ne manquaient pas d'arguments heuristiques pour rejoindre la conclusion assez naïvement exprimée par Ellsberg. Il est trop facile, rétrospectivement, de se moquer de leur aveuglement.

Si l'on prend un point de vue plus équitable sur les années 1945-1950, on doit conclure que la théorie se développe sur une base épistémologiquement satisfaisante. En premier lieu, elle représente un effort remarquable pour généraliser le modèle maximisateur de certitude parfaite. Jevons et Marshall avaient exclu les décisions relatives au jeu comme trop irrationnelles pour tomber sous une théorie du comportement économique. Von Neumann et Morgenstern, ou Marschak, sont embarrassés, on l'a vu, par ce qu'ils appellent "plaisir du jeu" ou "amour du danger". Mais cette réserve est bien moindre que celle de Marshall ou Jevon : elle sous-entend que la théorie du choix entre loteries parvient à appréhender au *moins certains aspects fondamentaux* d'une situation de jeu, de sorte que l'on puisse lui conférer une valeur de première approximation. Rendre compte jusqu'à un certain point des comportements de jeu constituait sans doute un objectif important en lui-même; toutefois, pour l'économiste, la pertinence de la généralisation tiendra surtout aux tests qu'elle rend possibles. Il devient en effet concevable de réfuter ou de corroborer l'explication d'une décision "économique" risquée (l'achat d'une police d'assurance, le lancement d'un investissement) en la confrontant à *une classe indépendante de données individuelles*: les préférences que, dans un jeu fictif, l'agent exprime sur des loteries à résultats monétaires. Dans leur premier article (1948), Friedman et Savage détaillent à juste titre cet apport de la théorie. Ils en exposent de manière très équilibrée la supériorité par rapport à la position de Marshall ou de Jevons.

Il est donc patent - c'est la deuxième remarque qu'appelle cet historique sommaire - que la théorie de l'utilité espérée se présente d'emblée comme une hypothèse empirique, plus précisément même: comme une hypothèse *empiriquement testable au niveau individuel* (et non pas sur les seuls comportements des marchés). Sans nul doute, la théorie a bénéficié de son intégration tardive au corpus des économistes: elle pénètre en micro-économie à une époque où les thèses aprioristes sont en déclin, voire ont disparu de la méthodologie spontanée de la discipline. Des auteurs comme Friedman ou Samuelson, qui ont fait beaucoup pour l'élimination de l'apriorisme, sont prêts à admettre l'utilité espérée sous bénéfice d'inventaire empirique (ils escomptent naturellement qu'elle surmontera l'épreuve !). Le deuxième article de Friedman et Savage est d'ailleurs l'occasion d'une leçon irréprochable de méthodologie scientifique:

"The *function* of a *scientific hypothesis* is to enable us to 'predict' phenomena not yet observed, that is to make statements about phenomena not yet observed that are (a) capable of being contradicted and (b) will not in fact be contradicted..." (1952, p. 465).

Et les deux auteurs s'en prennent assez cruellement à Baumol qu'ils accusent de rejeter la théorie... au motif qu'elle lui semble *réfutable*²². Avec ces excellentes dispositions d'esprit, Friedman et Savage ne voient peut-être pas qu'ils ouvrent une boîte de Pandore. Les antécédents de la théorie sont empiriques: on la fait remonter classiquement au paradoxe de Saint-Pétersbourg qui est déjà un test - évidemment grossier - sur données individuelles. En admettant sans réserves apparentes cette tradition, Friedman et Savage ont contribué à

²² Cf. "The hypothesis is objected to because it is not 'empty', because it can be wrong...", *ibid.*

revivifier la micro-économie néo-classique; en même temps, ils lui préparent - à leur insu - bien des difficultés²³.

Enfin la théorie de l'utilité espérée se constitue dans des conditions qui sont apparemment favorables à la résolution du problème de Duhem. Elle propose deux variantes synonymes, l'une qui est facile à manier pour les applications économiques et le test sur données agrégées (le résultat d'existence et d'unicité relative sur U), l'autre qui se prête aux expériences de choix entre loteries (la présentation axiomatique). Mieux, le choix des axiomes correspond à une décomposition de l'hypothèse qui est à la fois mathématiquement naturelle et empiriquement suggestive: (P3) vient déterminer mieux une théorie déjà existante; l'énoncé de chaque axiome, notamment (P2), peut s'accompagner d'une liste de réfuteurs potentiels. Les sciences sociales livrent-elles beaucoup d'exemples qui soient pareillement favorables à une résolution des problèmes de Duhem ?

4. PROBLEMES DE DUHEM EN THEORIE DE L'UTILITE ESPEREE

De 1950 à nos jours, la théorie de l'utilité espérée a subi de très nombreux tests, qui ont fini par conduire à son abandon, tout au moins parmi les spécialistes de la décision: (la grande majorité des économistes demeure convaincue de la solidité de l'hypothèse). Les expériences peuvent se classer grossièrement ainsi:

a) Certaines présupposent la théorie et mettent à l'épreuve l'une de ses variantes particulières, par exemple la forme concave ou convexe de la fonction U . La discussion qui a opposé Markowitz (1952) à Friedman et Savage sur le nombre et la place des points d'inflexion de U illustre bien ce premier groupe, dont on ne traitera pas ici, parce qu'il ne met pas en cause la valeur générale de l'hypothèse.

b) D'autres expériences font intervenir une *estimation* de U suivie d'un *test* (lequel portera naturellement sur des données qui n'auront pas servi à l'estimation). L'article de Mosteller et Noguee (1951) est représentatif de cette tendance. Il fait intervenir une forme du problème de Duhem qu'il sera intéressant de préciser; la résolution n'en paraît pas satisfaisante.

c) Le dernier type, auquel appartiennent la célèbre expérience d'Allais (1953) et de très nombreux tests que l'on a poursuivis depuis bientôt quarante ans, consiste à faire directement choisir le sujet entre des loteries. Les contre-exemples éventuels s'analysent toujours comme une violation du théorème d'existence; dans le meilleur des cas - celui, justement, d'Allais -, ils peuvent s'interpréter aussi, plus spécifiquement, comme la réfutation d'un sous-groupe des quatre axiomes²⁴. Le problème de Duhem est ici manifeste; on verra qu'il est résolu de manière globalement satisfaisante.

Avant d'examiner l'article de Mosteller et Noguee (1951), il faut rappeler un procédé de construction canonique, aujourd'hui, des fonctions von Neumann-Morgenstern, procédé qu'avaient déjà suggéré les auteurs de la *Théorie des jeux* ou Friedman et Savage. Lorsque l'ensemble X des résultats fondamentaux est un intervalle $[0, M]$ de IR - qui représentera l'ensemble des valeurs monétaires autorisées -, on peut supposer

²³ Dans son essai de 1953, Friedman va bien évidemment nuancer l'adhésion franche au réfutationnisme que traduit l'article avec Savage.

²⁴ On incorpore désormais le principe des loteries composées à la liste des axiomes.

l'existence d'une représentation U continue, et par une application facile du théorème des valeurs intermédiaires, conclure au *principe de l'équivalent-certain*:

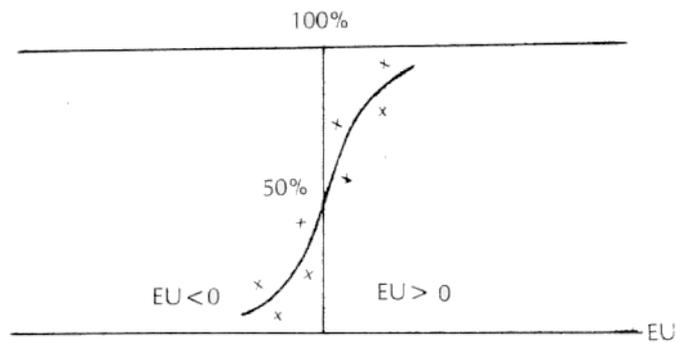
(P) "étant donné deux points x_1 et x_2 de X , avec $x_1 < x_2$, pour tout $\alpha \in]0,1[$, il existe un point x_3 tel que $x_1 < x_3 < x_2$ et que l'agent soit indifférent entre x_3 et la loterie $\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$.

On peut bien évidemment considérer (P) comme un nouveau réfutateur potentiel de la théorie. Dans une phase d'estimation, toutefois, on l'admet en même temps que les axiomes, et l'on s'en sert de la manière suivante pour construire U . On normalise la fonction en fixant sa valeur aux deux bornes de l'intervalle X , soit $U(0) = 0$ et $U(M) = 1$. On fixe une probabilité p , et l'on cherche l'équivalent-certain de la loterie $p.M + (1 - p).0$; soit y la valeur cherchée. Comme l'utilité espérée de la loterie est égale à p par construction, on a $U(y) = p$, c'est-à-dire un point de la courbe. On recommence la procédure en cherchant cette fois-ci l'équivalent - certain de la loterie $p.y + (1 - p).0$, d'utilité espérée p^2 , et ainsi de suite.

Mosteller et Nogee appliquent une variante de ce procédé d'*estimation* dans le protocole suivant: le sujet reçoit 1 \$ au début du jeu; il est entendu qu'il ne perdra jamais plus que ce montant, et gardera, en revanche, tous les gains éventuels; l'expérimentateur affiche une combinaison de cinq dés, que le sujet décide ou non de tenter de battre - en lançant les dés à son tour - d'après les termes du pari que lui propose l'expérimentateur; ces termes varient graduellement, l'expérimentateur augmentant peu à peu la somme qu'il est prêt à verser lorsqu'il est battu²⁵. Dans l'expérience principale, le sujet est en situation de *risque* plutôt que d'*incertitude*, puisqu'on lui communique la probabilité de gagner contre chaque combinaison. Les courbes ainsi construites apparaissent plutôt concaves dans le cas des étudiants, assez mal définies dans le cas des militaires (avec toutefois une tendance à se rapprocher de la forme convexe puis concave, privilégiée par Friedman et Savage).

La deuxième partie de l'expérience consiste à *tester* les courbes sur de nouveaux jeux. La normalisation $U(0) = 0$ imposerait que le sujet relève *tous* les paris correspondant à une utilité espérée EU positive, et refuse tous les paris correspondant à une EU négative. En réalité, on ne peut repérer qu'un *taux* d'acceptation ou de refus: le sujet n'est pas constant dans son attitude face aux paris. Mosteller et Nogee avaient déjà tenu compte de ce fait en complexifiant ainsi la procédure normale de construction des U . Au lieu de prendre comme équivalents-certains d'une loterie L (= gagner x cents avec probabilité p et perdre 5 cents avec probabilité $1 - p$) la première valeur que révèle l'acceptation du pari correspondant, ils retiennent la plus petite valeur qui soit acceptée dans 50% des cas lorsque l'expérimentateur réitère ses offres. Cette notion d'équivalent - certain modifié va soulever un problème d'interprétation délicat. En tout cas, la prédiction la plus fine qu'autorise une telle réinterprétation, statistique, des notions, est une *courbe* reliant le taux d'acceptation des nouveaux paris (en ordonnées) à la valeur des EU (en abscisses):

²⁵ En revanche, la pénalité que verse le sujet en cas d'échec est fixée une fois pour toutes (5 cents). On vérifiera sans peine que la méthode de Mosteller et Nogee est une variante (logiquement admissible) du procédé de construction abstrait qui vient d'être décrit. Une complication plus significative du procédé va néanmoins s'introduire avec la réinterprétation statistique de l'équivalent-certain (voir paragraphe suivant)



Quelles conclusions peut-on dériver de l'expérience ? Les auteurs affirment qu'elle est *grossièrement* conforme ("en direction") aux prédictions de l'utilité espérée: la courbe ajustée des taux d'acceptation en fonction de EU appartient au type de celles que l'on pourrait attendre (le résultat étant légèrement meilleur pour les étudiants que pour les militaires!). En même temps, Mosteller et Nogee reconnaissent que l'hypothèse est bel et bien réfutée dans le détail, puisque le fait d'une acceptation variable des paris constitue en lui-même une violation de la transitivité des choix (de (P1)). C'est pour tenir compte de cette difficulté initiale qu'ils ont modifié la notion théorique d'équivalent-certain.

Quel que soit le mérite de cette expérience, l'une des premières et des plus systématiques menées sur la théorie de l'utilité, on peut s'étonner de la résolution du problème de Duhem qu'elle suggère. A parler strictement, le test réfute le corps d'axiomes; Mosteller et Nogee ont des raisons indépendantes de penser que (P1) est violé; ils pourraient donc s'arrêter là. Néanmoins, ils poursuivent l'expérience, en reformulant la théorie de manière qu'elle puisse encore s'appliquer: en substance, ils testent un système (P'1), (P2) et (P3), sans préciser la forme de l'hypothèse nouvelle (P'1) qui affaiblit la transitivité. La procédure est douteuse logiquement parce que l'on ne connaît pas (P'1) et que, de ce fait, on ne peut pas dire s'il est cohérent d'accepter une notion nouvelle, comme l'équivalent - certain modifié, en même temps que les propriétés habituelles de U (la linéarité ou l'unicité à une transformation près).

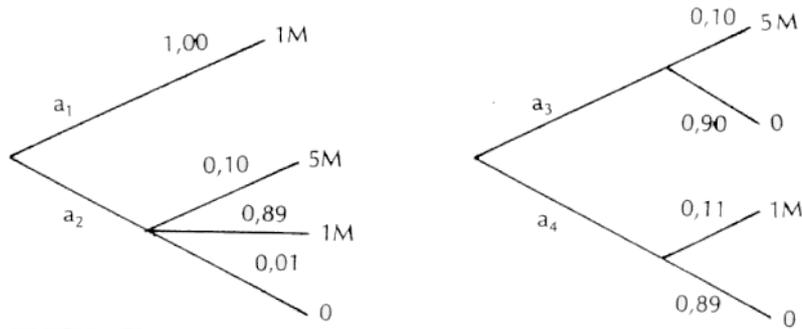
Surtout, la procédure est inattendue méthodologiquement: elle ne respecte pas la hiérarchie naturelle des axiomes. A parler strictement, (P2) et (P3) sont indépendants de (P1): ils s'écrivent comme les contraintes d'une relation binaire, sans présupposer le caractère préordonné de la relation. Mais cette indépendance est illusoire *heuristiquement*. Si l'on abandonne la transitivité, ou tout au moins la quasi-transitivité²⁶, de \leq , les énoncés (P2) et (P3) deviennent d'une précision inefficace. Il vaut donc mieux admettre que les deux axiomes concernent une relation préordonnée, c'est-à-dire impliquent (P1). Comme il est aussi vrai que (P3) est inutilement déterminé en l'absence de (P2), puisqu'il n'existerait alors pas de fonction d'utilité²⁷, il vaut mieux interpréter (P3) comme impliquant aussi (P2). Le postulat sous-jacent (P4) a également une telle importance que l'on gagne à le traiter comme (P1), c'est-à-dire à l'incorporer dans (P2) et (P3). Ces reformulations, qui obéissent à un schéma signalé dans la deuxième section, indiquent une manière de comprendre les résultats d'expériences ambiguës: en l'absence d'autres informations, il faudra incriminer d'abord (P3), puis le cas échéant (P2), enfin, s'il n'y a pas d'autre solution, (P4) et (P1). Il est vrai que Mosteller et Nogee disposaient d'une "autre information", puisqu'ils pouvaient

²⁶ Transitivité de la relation stricte $<$. On peut développer une théorie de l'utilité espérée sous cette hypothèse, cf. Fishburn, 1982.

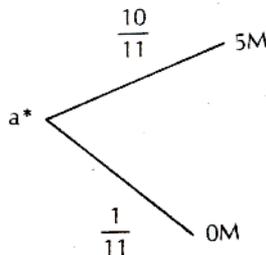
²⁷ Fishburn (1982) a néanmoins étudié le cas - lexicographique - où (P2) disparaît des axiomes.

constater que les agents tantôt acceptent, tantôt refusent le même pari. Mais on aimerait presque dire qu'ils eurent tort de susciter la donnée supplémentaire: il valait mieux, pour le tranchant du test, n'interroger les individus qu'une seule fois sur chaque pari (tout en leur signalant le fait, pour qu'ils fassent alors un choix plus réfléchi).

L'expérience d'Allais a le mérite de respecter la hiérarchie heuristique des axiomes. Cette expérience est maintenant si connue que l'on se contentera de la rappeler symboliquement :

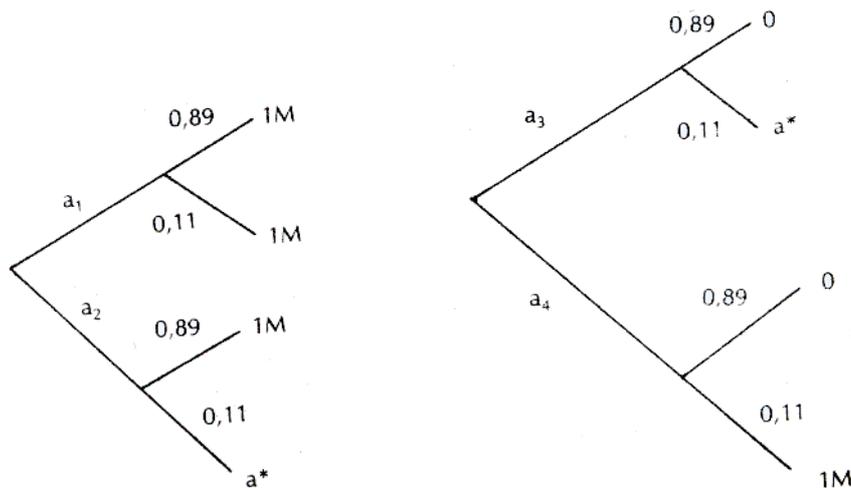


Dans le premier cas le sujet choisit a_1 contre a_2 ; dans le second, a_3 contre a_4 . On vérifie aussitôt qu'il n'existe pas de fonction U qui rendrait compte de ce couple de choix. Le coupable est alors facile à incriminer: c'est le postulat (P3), dont Allais dénonce le "caractère pseudo-évident". La violation de l'indépendance apparaît visuellement si l'on introduit la loterie a^* :



On récrit alors le paradoxe d'Allais comme un cas particulier de l'effet de "différence commune"²⁸ :

²⁸ Pour une définition technique de cet effet, qui généralise le paradoxe d'Allais, cf. Machina, 1982, p.287.



Il ne faut pas oublier que cette réécriture présuppose le principe (P4) des loteries composées.

Allais a pris des précautions considérables pour que les théoriciens de la décision ne se trompent pas sur le sens du paradoxe. La "définition abstraite de la rationalité" ne comporte, dit-il, que deux aspects: l'axiome de préordre total et un principe de dominance (si une Loterie L comporte dans tous les cas possibles des gains plus élevés qu'une autre loterie L' , on préférera L à L'). Le principe d'indépendance ne fait pas partie de cette définition de la rationalité-cohérence (1953, p. 519). Bien pis, il se trouverait des situations - qu'illustre le paradoxe - où (P3) apparaisse même comme gravement irrationnel:

"Si tant de personnes admettent si facilement cet axiome, c'est en fait parce qu'elles n'en aperçoivent pas toutes les implications dont certaines, loin d'être rationnelles, peuvent être au contraire dans certaines situations psychologiques (par exemple dans le cas ci-dessus lorsqu'il s'agit d'un individu extrêmement prudent, pour lequel la valeur psychologique croît encore de manière appréciable au voisinage de 100 millions) parfaitement irrationnelles" (1953, pp. 527-528).

Les défenseurs de la théorie - Friedman, Savage, Markowitz, Samuelson - ne se sont pas laissés convaincre. Ils ont toujours regardé le "paradoxe d'Allais" comme un exemple parmi d'autres de choix irrationnel, au même titre, donc, que l'amour du danger des alpinistes, certains comportements de jeu, ou de banales violations de la transitivité. En 1954, Savage, qu'Allais avait pris lui-même sur le fait au cours d'une expérience amusante²⁹, réitère la position qu'il avait défendue dans l'article avec Friedman. L'indépendance n'est pas dénuée de contenu empirique, mais c'est une maxime prudentielle inévitable. Ce faisant, il s'appuie sur un *critère de normativité* qui va bientôt se retourner contre lui. Une fois convaincu du non respect de l'indépendance, il est, dit-il, aussitôt revenu sur son choix, afin de le conformer à l'axiome (1954, pp. 101-103). Si, généralisant le cas particulier de l'individu Savage, on définit comme *rationnellement contraignante* la décision qu'un agent prend en connaissance de cause, une fois qu'on lui aura indiqué les principes que ses choix spontanés ont violés, alors la théorie de l'utilité espérée ne satisfait pas à ce critère. En effet, toutes les expériences d'Allais dans lesquelles on expose au sujet la théorie qu'il viole conduisent, avec une écrasante majorité, à la répétition du choix "paradoxal"³⁰. Il n'en va pas de même

²⁹ En 1952, en marge du Congrès de Paris sur la décision.

³⁰ Cf. MacCrimmon (1969); Slovic et Tversky (1974).

lorsque l'expérience, menée de façon comparable, porte sur la transitivité du choix (P1) ou la multiplication des probabilités (P4).

Une fois évincée l'explication ad hoc par l'irrationalité, la direction devenait claire: il convenait de reformuler la théorie en l'absence de (P3) et avec une hypothèse de substitution, puisque l'expérience avait fait apparaître un nouvel explanandum à résorber. Convaincu de la force de ses exemples, Allais s'est engagé aussitôt dans cette voie, en proposant, dès 1953, de remplacer *l'espérance* d'utilité EU par une formulation plus générale faisant intervenir les *moments supérieurs* de la distribution des utilités, voire cette distribution tout entière. Les théoriciens de la décision ont mis plus de temps à se persuader. Il aura fallu que les contre-exemples se multiplient. Dès les années cinquante, Edwards (1954, 1961) met en évidence une série d'anomalies. L'une de plus frappantes concerne la procédure de construction de U : on constate - c'était précisément l'un des falsificateurs potentiels admis par Friedman et Savage - que le choix de la probabilité de départ p influence la courbe que l'on obtient. La violation présente un caractère systématique, puisque la courbe est d'autant plus haute que p est élevé. Plus tardivement, Kahneman et Tversky mettent en évidence un effet de "rapport commun" qui infirme à nouveau la théorie (il est rappelé, ainsi que d'autres expériences, dans leur article de 1979). Toutes ces difficultés concernent l'axiome (P3), ce qui n'est pas toujours immédiatement visible (en particulier, pour l'anomalie dans la construction de U). Il faut souligner qu'une fois donnée l'impulsion à la critique, c'est surtout la psychologie, et non pas l'économie, qui en a alimenté le flux. La coïncidence d'une séparation disciplinaire avec une division assez tranchée des rôles - l'accusation d'un côté, la défense de l'autre - a certainement nui à la qualité du débat empirique. Les psychologues ont fait proliférer les contre-exemples dans toutes les directions - y compris les axiomes (P1), (P2) et (P4). Cette démarche empirique était informative et justifiée, mais elle s'accompagnait souvent d'un aplatissement des critiques - la réfutation de la transitivité apparaissant dans le même temps que celle de l'indépendance - de sorte que les économistes pouvaient se sentir, paradoxalement, confortés dans leur immobilisme³¹.

Même dans le cercle restreint des spécialistes de la décision, l'abandon de l'utilité espérée n'était guère concevable en l'absence de propositions concurrentes, susceptibles de rendre compte d'une classe significative de contre-exemples. Ce préalable - que cautionneraient la plupart des philosophes des sciences, de Duhem à Popper et Lakatos - semble réalisé depuis 1982, date de publication d'un article important de M. Machina, "'Expected Utility' Without the Independence Axiom", qui réussit à formaliser l'intuition centrale d'Allais: on peut préserver (P1), (P2) et (P4), et *affaiblir (P3) de manière à rendre compte des principales violations de l'indépendance*. La construction de Machina repose à la fois sur une idée mathématique simple et sur une hypothèse empirique nouvelle, qui va porter l'essentiel du contenu testable de la théorie modifiée. (P3) fait place aux énoncés suivants, (H1) et (H2).

(H1) La fonction V qui représente \leq sur F est différentiable par rapport aux probabilités.

On voit quelle est l'inspiration stylistique, purement généralisante, de cette hypothèse: pour le mathématicien, la linéarité est un cas particulier de la différentiabilité. La formulation précise de (H1) requiert évidemment des précautions, puisque F n'est pas un

³¹ Sur les expériences auxquelles ce paragraphe fait allusion, on peut lire les revues de littérature de Machina (1982, 1983, 1987) ou de Schoemaker (1982), ainsi que le recueil de Allais et Hagen (1979) et les actes des colloques "Foundations of Utility and Risk Theory" (FUR) qui ont suivi.

espace vectoriel. Machina ne parvient à tourner la difficulté que dans le cas - tout de même fondamental puisqu'il couvre celui des loteries à résultats monétaires - où l'ensemble de base X est un segment $[0, M[$ de \mathbb{R} . Une fois muni de (H1), il peut généraliser le théorème de l'utilité espérée en démontrant l'existence d'une fonction von Neumann-Morgenstern U_f qui dépend de la loterie de référence f choisie: la conclusion de la théorie ancienne demeure à titre d'approximation locale³². Comme on le voit, la généralisation proposée concerne le théorème de représentation plutôt que, directement, le système de postulats: ce point n'a guère d'importance, puisque la décomposition axiomatique en énoncés relativement indépendants a déjà rempli sa fonction pour le test.

L'hypothèse (H1) donne beaucoup trop de degrés de liberté pour qu'on puisse s'en contenter: si l'on dispose d'une fonction von Neumann-Morgenstern U_f pour chaque loterie f , on peut, sans trop de difficultés, rendre compte de n'importe quel choix "paradoxal". Machina propose donc une restriction qui vise à tenir compte du caractère *systématique* des violations constatées sur (P3). La particularité la plus saillante du paradoxe d'Allais est que les termes du premier choix, a_1 et a_2 , "dominent" respectivement ceux du second choix, a_4 et a_3 respectivement: le schéma de la p. 319 montre que a_2 , par exemple, comporte une masse de probabilité supérieure sur les résultats les plus avantageux (il donne la même masse à 5, moins à 0 et plus à 1). D'un point de vue technique, on parle de "dominance stochastique au premier ordre". Les expériences décrites comme "effets de différence commune", qui reproduisent autrement l'exemple initial d'Allais, participent *toutes* de ce caractère: le décideur viole l'axiome d'indépendance en passant du choix (a_3 contre a_4) au choix (a_1 contre a_2), c'est-à-dire d'une configuration stochastiquement dominée à une configuration dominante. Manifestement, l'individu se comporte "plus prudemment" dans le cas dominant que dans le cas dominé. Machina formalise donc cette intuition, dans une nouvelle hypothèse:

(H2) Si, de deux loteries f et g , f domine stochastiquement au premier ordre g , U_f traduira une plus grande aversion pour le risque que U_g ³³.

L'énoncé conjoint de (H1) et (H2) supprime une difficulté d'interprétation qui avait empoisonné pendant trente ans la discussion sur l'utilité espérée. Suivant la présentation orthodoxe de cette théorie, les caractéristiques de la fonction U - en fait sa concavité ou un indice qui en dérive - intègrent *toute* l'information relative à l'attitude que l'agent prendra face au risque (la question du "plaisir du jeu" demeurant, seule en son genre, comme une anomalie mal cernée). Du coup, les auteurs formés à l'axiomatique von Neumann-Morgenstern ne pouvaient comprendre l'intuition d'Allais, lorsqu'il attribuait à la "prudence" le choix de a_1 contre a_2 , venant avec celui de a_3 contre a_4 . Pour ces auteurs, la "prudence" relative d'un agent s'exprime une fois pour toutes dans la courbure de sa

³² Le raisonnement est presque immédiat. Machina écrit un développement limité de V autour de f : $V(g) - V(f) = V'(f)(g - f) + o(\|g - f\|)$ pour g assez proche de f . En appliquant le théorème de Riesz, il montre l'existence d'une fonction U_f telle que:

$$v'(f).(g - f) = \int_0^M U_f(x)[dg(x) - df(x)].$$

La fonction U_f est von Neumann-Morgenstern au sens suivant: elle permet de classer linéairement les loteries g par rapport à f .

³³ Dans cet énoncé, l'aversion pour le risque de U_f et U_g doit s'entendre au sens habituel de la théorie von Neumann-Morgenstern (l'indice d'Arrow-Pratt est, en chaque point plus élevé pour la première fonction que pour la seconde).

fonction U ; une telle propriété ne pouvait rendre compte du paradoxe, puisque celui-ci est incompatible avec l'existence d'une U , quelle qu'elle soit! De là, une incompréhension durable et, de la part des théoriciens orthodoxes, des reproches scolaires qui avoisinaient l'insulte³⁴. Ce qu'Allais devait avoir en vue en 1953 apparaît maintenant sur (H2): l'agent devient "plus prudent" *non pas au sens d'un déplacement sur une même courbe d'utilité U , mais au sens d'un changement de la courbe elle-même, U_f étant plus concave que U_g* . Bien des controverses de l'économie néo-classique se sont résolues par cette distinction traditionnelle.

Machina décrit ainsi la portée empirique de ses hypothèses: les violations de l'indépendance

"all follow from a single assumption [= (H2)]... which leads to further refutable restrictions on behavior" (1983, p. 282).

Cette appréciation est indiscutable en ce sens, uniquement, que (H2) est bien une hypothèse réfutable: s'il est vrai que, conjointe à (H1), elle rend compte du paradoxe d'Allais, elle serait falsifiée par un choix qui ne serait pas "paradoxal". Mais, contrairement à ce que suppose la phrase, la théorie composée de (H1) et (H2) *ne semble pas avoir encore engendré de prédictions nouvelles*. On ne peut la mettre à l'épreuve sur d'autres faits que la liste d'anomalies que, précisément, elle cherchait à résorber. En bref, la possibilité demeure ouverte que la théorie de Machina soit *ad hoc*.

5. OBSERVATIONS FINALES

Trois remarques permettront de cerner mieux la résolution du problème de Duhem sur laquelle s'achève - provisoirement - l'histoire de l'utilité espérée. D'une part, la relative confusion qui a tout d'abord entouré la discussion empirique des axiomes s'est finalement dissipée. Les théoriciens de la décision suivent avec retard l'indication donnée dès 1953 par Allais, en préservant (P1), (P2) et (P4), tout en sacrifiant l'axiome apparemment "raisonnable" (P3). Cette attitude est, on l'a dit, conforme aux canons de la philosophie poppérienne: abandonner (P1) ou (P4), et même (P2), comme il était possible en vertu du problème de Duhem, aurait conduit à un système globalement *moins* falsifiable que l'actuel.

D'autre part - mais ce point demande encore une vérification - l'émergence d'une théorie nouvelle a changé la nature des contre-exemples. Ils ont été longtemps considérés comme des *anomalies*, c'est-à-dire des réfuteurs avec lesquels une théorie scientifique parvient tant bien que mal à coexister. Leur multiplication avait convaincu les spécialistes de la décision que- la théorie de l'utilité espérée n'était plus défendable. Mais il a fallu qu'apparaisse une théorie nouvelle - en l'occurrence (H1) et (H2) - susceptible d'expliquer les anomalies tout en préservant le gros des prédictions de la théorie ancienne, pour que la condamnation de l'utilité espérée devînt irrémédiable et que l'on commençât à parler de son *abandon*. S'il était rigoureusement avéré, ce point serait en conformité exacte avec la doctrine que Lakatos (1970) appelle *sophisticated falsificationism* et que, d'ailleurs, recommande également Popper.

³⁴ L'article d'Harsanyi (1975) est un bon exemple de cette entreprise de *redressement*.

Enfin, les rapports logiques de la théorie de l'utilité espérée avec la théorie nouvelle d'Allais-Machina ne sont pas simples. Réduite à (H1), la seconde serait un affaiblissement de la première, puisqu'elle consisterait à priver le système d'axiomes de (P3); mais elle comporte aussi (H2), qui n'implique pas (P3) et n'est pas impliqué par lui. Il en résulte qu'on ne peut procéder à une comparaison des degrés de falsifiabilité. Ce fait serait embarrassant pour la variante du réfutationnisme qui ne veut conclure au caractère progressif du passage de T_1 en T_2 que si le degré de falsifiabilité de T_2 excède celui de T_1 (i.e. si l'ensemble des falsificateurs potentiels de T_2 inclut strictement celui de T_1). Une telle variante peut correspondre à certaines indications elliptiques de la *Logique de la découverte scientifique* dans le passage, déjà cité, sur les "stratagèmes conventionnalistes": Popper suggère alors que la comparaison des degrés de falsifiabilité détermine *non seulement l'identification de l'axiome à incriminer, mais la nature du système qui remplacera le système réfuté*. Si elle était avérée, cette thèse réfutationniste révélerait son inefficacité sur l'exemple de l'utilité espérée: la proximité réelle de $T_1 = P_1 \& P_2 \& P_3 \& P_4$ et $H_1 \& H_2$ n'empêche pas qu'elles soient incommensurables en termes de degrés de falsifiabilité. Ce dernier critère doit intervenir dans la phase négative du problème de Duhem, mais il serait certainement abusif d'en faire une condition nécessaire au remplacement d'une T_1 par une T_2 . Au demeurant, d'autres variantes du réfutationnisme sont disponibles. On peut prêter à Popper et à Lakatos - cette interprétation demanderait à être défendue en détail - l'idée que T_2 est progressive par rapport à T_1 lorsque celle-là comporte *certaines* falsificateurs que T_1 n'impliquerait pas tout en résorbant les contre-exemples connus de T_1 . Si telle est l'exigence, elle est opératoire pour la séquence de théories que l'on vient d'examiner, et celle d'Allais-Machina n'y satisfait pas encore clairement.

BIBLIOGRAPHIE

Première et deuxième sections

[1] Boyer, A., (1986), "Le problème de Duhem", *Cahiers du C.R.E.A.*, École polytechnique, n. 5.

[2] Bunge, M., (1973), *Philosophy of Physics*, Dordrecht, R. Reidel.

[3] Duhem, P., (1906), *La théorie physique, son objet, sa structure*, Paris (2e éd. revue et augmentée, 1914, reproduction, Paris, Vrin, 1981).

[4] Lakatos, I., (1970), "Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes", in I. Lakatos et A. Musgrave, *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge University Press, p. 91-196.

[5] Mongin, P., (1986), "La controverse sur l'entreprise (1940-1950) et la formation de l'irréalisme méthodologique", *Économies et Sociétés*, série *Oeconomia*, n° 5, 1986, p. 95-151.

[6] Mongin, P., (1988), "Le réalisme des hypothèses et la *partial interpretation view*", *Philosophy of the Social Sciences*, septembre.

[7] Popper, K.R., (1934), *Logik der Forschung*, trad. anglaise *Logic of Scientific Discovery*, Londres, Hutchinson, le éd. 1959, 6e éd. révisée 1972.

[8] Quine, W., van Orman (1953), *From a Logical Point of View* (2e éd. révisée, 1961).

[9] Ramsey, F.P. (1926), *Truth and Probability*, repris in *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, New-York, The Humanities Press, 1950.

[10] Zahar, E., (1982), "The Popper-Lakatos Controversy", *Fundamenta Scientiae*, 3, pp. 21-54.

Troisième et quatrième sections

[11] Allais, M., (1953), "Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'Ecole américaine", *Econometrica*, tome 27, pp. 503-546.

[12] Allais, M., et O. Hagen (sous la dir. de) (1979), *Expected Utility Hypothesis and the Allais Paradox*, D. Reidel, Theory and Decision Library.

[13] Baumol, W.J. (1951), "The Neumann-Morgenstern Utility Index - An Ordinalist View", *Journal of Political Economy*, tome 59, pp. 61-66.

[14] Debreu, G., (1959), *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. New Haven, Yale University Press, Cowles Foundation Monographs.

[15] Edwards, W., (1954), "The Theory of Decision-making", *Psychological Bulletin*, tome 51, pp. 380-417.

[16] Edwards, W., (1961), "Behavioral Decision Theory", in P. Farnsworth et alii, *Annual Review of Psychology*, Palo Alto.

[17] Ellsberg, D., (1954), "Classic and Current Notions of Measurable Utility", *Economic Journal*, pp. 528-556.

[18] Fishburn, P.C., (1982), *The Foundations of Expected Utility*, Dordrecht, D. Reidel:

[19] Friedman, M., (1953), "The Methodology of Positive Economics", in M. Friedman, *Essays in Positive Economics*, Chicago, The University of Chicago Press, 1953, pp. 3-46.

[20] Friedman, M., et L.J. Savage (1948) "The Utility Analysis of Choices Involving Risk", *Journal of Political Economy*, tome 56, pp. 279-304.

[21] Friedman, M., et L.J. Savage (1952), "The Expected-Utility Hypothesis and the Measurability of Utility", *Journal of Political Economy*, tome 60, p. 466-474.

[22] Harsanyi, J.C., (1975), "Nonlinear Social Welfare Functions", *Theory and Decision*, tome 6, pp. 311-332, repris in J.C. Harsanyi, *Essays on Ethics, Social Behavior, and Scientific Explanation*, Dordrecht, D. Reidel, Theory and Decision Library, ch. 5.

[23] Harsanyi, J.C. (1977), *Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations*, Cambridge, Cambridge University Press.

[24] Hey, J.D., (1979), *Uncertainty in Microeconomics*, Oxford, Martin Robertson.

[25] Kahneman, D., et A. Tversky (1979), "Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk", *Econometrica*, tome 21, p. 61-72.

[26] Luce, R.D., et H. Raiffa (1957), *Games and Decisions*, New-York, Wiley.

[27] Mac Crimmon, K.R., (1968), "Descriptive and Normative Implications of Decision Theory Postulates", in K. Borch et J. Mossin, *Risk and Uncertainty*, Londres, St. Martin's Press.

[28] Machina, M.J., (1982), "'Expected Utility' Analysis Without the Independence Axiom", *Econometrica*, tome 50, p. 277-323.

[29] Machina, M.J., (1983), "Generalized Expected Utility Analysis and the Nature of Observed Violations of the independence Axiom", in B. Stigum et F. Wenstop, *Foundations of Utility and Risk Theory with Applications*, Dordrecht, D. Reidel.

[30] Machina, M.J., (1987), "Choice Under Uncertainty. Problems Solved and Unsolved", *Economic Perspectives*, tome 1, p. 121-154.

[31] Markowitz, H., (1952), "The Utility of Wealth", *Journal of Political Economy*, tome 60, p. 151-158.

[32] Malinvaud, E., (1952), "Note on von Neumann-Morgenstern Strong independence Axiom", *Econometrica*, tome 20, p. 679.

- [33] Marschak, J., (1950), "Rational Behavior, Uncertain Prospects, and Measurable Utility", *Econometrica*, tome 18, p. 111-141.
- [34] Marshall, A., (1890), *Principles of Economics*, Londres, Mac Millan, 6e éd. révisée 1920.
- [35] Mosteller, F. et P. Noguee (1951), "An Experimental Measurement of Utility", *Journal of Political Economy*, tome 59, p. 371-404.
- [36] Neumann (von), J., et O. Morgenstern (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, New York, Wiley (2e éd. révisée, 1947).
- [37] Samuelson, P.A., (1952), "Utility, Preference and Probability", communication au Colloque "Les fondements et applications de la théorie du risque en économétrie", Paris, mai 1952, reprise in *The Collected Scientific Papers of P.A. Samuelson*, Cambridge, M.I.T. Press, tome 1, ch. 13.
- [38] Savage, L.J., (1954), *The Foundations of Statistics*, New York, Dover Publications, 2e 6d. révisée 1972.
- [39] Schoemaker, P.J.H. (1982), "The Expected Utility Model. Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations", *Journal of Economic Literature*, tome 20, p. 529-563.
- [40] Slovic, P. et A. Tversky (1974), "Who Accepts Savage's Axiom?", *Behavioral Science*, tome 19, p. 368-373.