



Les préférences révélées et la formation de la théorie du consommateur

Philippe Mongin

Revue économique, Vol. 51, No. 5, "Revue économique." 1950-2000: Un demi-siècle en perspective#. (Sep., 2000), pp. 1125-1152.

Stable URL:

<http://links.jstor.org/sici?sici=0035-2764%28200009%2951%3A5%3C1125%3ALPRELF%3E2.0.CO%3B2-L>

Revue économique is currently published by Sciences Po University Press.

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of JSTOR's Terms and Conditions of Use, available at <http://www.jstor.org/about/terms.html>. JSTOR's Terms and Conditions of Use provides, in part, that unless you have obtained prior permission, you may not download an entire issue of a journal or multiple copies of articles, and you may use content in the JSTOR archive only for your personal, non-commercial use.

Please contact the publisher regarding any further use of this work. Publisher contact information may be obtained at <http://www.jstor.org/journals/spup.html>.

Each copy of any part of a JSTOR transmission must contain the same copyright notice that appears on the screen or printed page of such transmission.

JSTOR is an independent not-for-profit organization dedicated to and preserving a digital archive of scholarly journals. For more information regarding JSTOR, please contact support@jstor.org.

Les préférences révélées et la formation de la théorie du consommateur

Philippe Mongin*

L'occasion de ce travail est fournie par le cinquantenaire de deux articles célèbres, écrits par Houthakker et par Samuelson, auxquels la théorie néo-classique du consommateur doit en partie sa forme actuellement reçue. On situera l'apport des deux articles dans les deux problématiques suivantes : celle des « préférences révélées », conçue par Samuelson en 1938, et celle, qui remonte à Pareto en 1906, de l'« intégrabilité des fonctions de demande ». On s'efforcera de comprendre pourquoi la lancinante question de l'intégrabilité n'a trouvé de solution que grâce au détour tardif et peu naturel d'une théorie des « préférences révélées ». L'article propose en outre une interprétation nouvelle du travail de Samuelson, qui vise à le réhabiliter contre les objections méthodologiques des commentateurs. On conclut que la notion de « préférences révélées » présente un intérêt persistant pour la théorie contemporaine du consommateur.

REVEALED PREFERENCE AND THE GROWTH OF CONSUMER THEORY

The occasion for this paper is provided by the 50th anniversary of two landmark papers due to Houthakker and Samuelson, respectively. Neo-classical consumer theory in its present form is much indebted to these articles. We discuss their contributions in terms of two groups of issues, i.e., revealed preference theory, as introduced by Samuelson in 1938, and the integrability of demand functions, a problem raised by Pareto in 1906. We aim at explaining why the vexed question of integrability was belatedly resolved through the unnatural detour of revealed preference theory. The paper also offers a novel interpretation of Samuelson, with a view of defending him against the commentators' methodological objections. We conclude that the notion of "revealed preference" is of persisting interest to today's consumer theorists.

Classification : JEL : B20, B41

* CNRS et Université de Cergy-Pontoise, 33 boulevard du Port, F-95000 Cergy - E-mail : mongin@u-cergy.fr.

L'auteur remercie vivement Jean-Sébastien Lenfant pour ses commentaires détaillés sur les versions précédentes de cet article, ainsi que John Chipman pour des éclaircissements préalables.

INTRODUCTION

Il y a cinquante ans, l'économiste néerlandais Hendrik Houthakker publiait, dans *Economica*, un article (« Revealed Preference and the Utility Function ») dont les contemporains, sous l'influence d'un commentaire de Samuelson paru quelques mois plus tard dans la même revue, s'accordèrent immédiatement à louer l'exceptionnelle importance théorique. Partant d'une condition nouvelle qu'il formulait sur les demandes successives du consommateur individuel – condition qu'on a ensuite désignée comme l'« axiome fort de la préférence révélée » –, Houthakker concluait à l'existence d'une fonction d'utilité ordinaire, c'est-à-dire définie à une transformation strictement croissante près, dont ces demandes puissent être dérivées. Il retrouvait ainsi comme résultat le concept que la microéconomie de Pareto [1906a, 1909] et de ses continuateurs – notamment Slutsky [1915] – plaçait à son point de départ analytique. L'économiste d'aujourd'hui cautionnera volontiers l'opinion favorable des contemporains. Ostensiblement, le travail de Houthakker portait sur la théorie conçue par Samuelson en 1938, celle des « préférences révélées », que les manuels utilisés de nos jours signalent comme une curiosité secondaire, quand ils ne l'omettent pas purement et simplement. Mais il est aussi vrai que Houthakker aura fait faire un progrès considérable à cette « théorie du consommateur » que les manuels exposent à titre principal ou exclusif, au détriment de l'autre. Cinquante années de recul permettent d'apprécier la valeur respective de ces deux apports. Il sera beaucoup question de « préférences révélées » dans la présente étude, mais nous mettrons surtout en avant l'apport du Hollandais à une vaste entreprise collective, née il y a un siècle sur les bords du Léman, achevée vers 1970 dans les plaines du Minnesota, poursuivie à Harvard entre-temps : la théorie néo-classique du consommateur individuel. Nous en repérons l'achèvement à l'aide du recueil *Preferences, Utility and Demand* [1971], dirigé par Chipman, Hurwicz, Richter et Sonnenschein. Le fait que chacun des quatre auteurs rende hommage à Houthakker peut servir à confirmer la portée historique de la découverte de 1950, au-delà de l'intermède des préférences révélées.

Pour le dire en termes plus techniques, nous relirons Houthakker – et Samuelson avec lui – à la lumière, principalement, de la *question de l'intégrabilité*. On dit qu'une fonction de demande est *intégrable* si on peut l'obtenir par la maximisation d'une fonction d'utilité ordinaire sous-jacente, sous l'hypothèse que la contrainte budgétaire est saturée. (Nous aurons à distinguer, le moment venu, la définition mathématique et cette notion d'intégrabilité, qui est particulière à la théorie microéconomique.) La question de savoir si les fonctions de demande sont intégrables avait été débattue avant même Pareto, en relation avec des conditions différentielles particulières, qui sont proches de celles que Slutsky devait énoncer en 1915 et léguer à la théorie contemporaine. Historiquement parlant, l'axiome de Houthakker n'est donc pas la première condition d'intégrabilité, nécessaire ou suffisante, qu'aient envisagée les économistes. Ce n'est pas non plus une condition du type ordinaire, car elle porte non pas sur les dérivées des fonctions de demande, mais bien sur les fonctions de demande elles-mêmes, prises en un nombre fini de points. À quoi peut alors tenir son importance dans les discussions microéconomiques sur l'intégrabilité ? Nous concluons – c'est l'une des thèses historiques de cette étude – que l'« axiome fort » aura été la première condition suffisante d'intégrabilité à la fois mathématiquement correcte et conceptuellement digne d'intérêt aux yeux des écono-

mistes ; les aperçus antérieurs ne répondaient qu'à l'une de ces deux exigences seulement. Samuelson mit lui-même l'intégrabilité à l'honneur dans l'article d'*Economica* déjà évoqué, par lequel il salua celui de Houthakker : « The Problem of Integrability in Utility Theory ». Ces deux articles sont indissociables : Samuelson complète le travail de Houthakker en réexaminant l'intégrabilité sous l'angle différentiel, comme dans la théorie antérieure donc, mais cette fois-ci avec un plein succès. Les résultats de Samuelson représentent un chaînon essentiel vers *Preferences, Utility, and Demand*. Comme il convient, nous traiterons les deux articles de 1950 ensemble dans cette étude.

La communauté de préoccupations entre Houthakker et Samuelson ne se limitait évidemment pas à cette question de l'intégrabilité. Nous l'avons rappelé d'emblée, la résolution de Houthakker résulte non pas de l'examen direct de la théorie parétienne, mais d'un détour par une conception différente : celle des *préférences révélées*, que Samuelson avait proposée auparavant, dans la verve éblouissante de son premier essai théorique. Il était inévitable d'inclure dans la présente étude ce troisième article d'*Economica*, dû à la plume de Samuelson en 1938 : « A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour ». Il forme la source heuristique la plus évidente des deux autres. On y trouve le postulat sur la fonction de demande, renommé par la suite « axiome faible de la préférence révélée », qui a mené Houthakker à l'« axiome fort », le second n'étant qu'une généralisation naturelle du premier.

On interprète le plus souvent ainsi l'évolution de Samuelson en matière de préférences révélées. En 1938, celui-ci aurait pensé remplacer la théorie parétienne de la demande, fondée sur l'utilité, par une théorie nouvelle, qui serait formulée exclusivement dans le langage de la demande – en l'occurrence, à l'aide de l'« axiome faible ». Samuelson modifierait ensuite sa position dans un sens favorable à la théorie parétienne. La découverte technique de Houthakker en 1950 – qui rend évidemment impossible d'opposer frontalement les préférences révélées à l'utilité ordinaire – s'accorderait avec une évolution méthodologique déjà bien engagée. Samuelson abandonnerait de fait les préférences révélées dans ses *Foundations of Economic Analysis*, un ouvrage publié en 1947 mais rédigé bien antérieurement. Aujourd'hui familière, cette reconstruction nous semble déjà lisible en filigrane chez Houthakker : il aura contribué à déterminer l'interprétation ordinaire de Samuelson presque autant que Samuelson l'a fait pour son article. En accord avec notre interprétation d'ensemble, nous contesterons vivement cette lecture, pour deux raisons principales. D'une part, elle suppose au point de départ, chez Samuelson, une position épistémologique à l'égard du concept d'utilité – l'éliminationnisme – qui ne nous semble pas ressortir véritablement des textes. D'autre part, elle attribue ensuite à Samuelson une évolution orientée par des considérations presque exclusivement méthodologiques. Tout se passerait finalement comme si Samuelson avait compris les difficultés internes de l'éliminationnisme pour se rallier à une épistémologie plus satisfaisante. Nous montrerons, au contraire, que Samuelson adhère d'emblée à une épistémologie raisonnable, et que son évolution peut se comprendre à partir, seulement, de sa compréhension changeante de l'intégrabilité. La reconstruction ainsi proposée privilégie donc les considérations techniques par rapport au facteur philosophique. Elle est inédite dans la littérature historique et méthodologique, pourtant bavarde dès qu'on touche au sujet des préférences révélées.

La rencontre entre deux thèmes apparemment hétéroclites, l'intégrabilité et les préférences révélées, dont la relation logique a été d'abord ignorée, puis péniblement découverte – tel est, en un mot, l'objet du travail que nous présentons. La section 2 retrace les résultats obtenus en matière de préférences révélées et d'intégrabilité entre le premier article de Samuelson en 1938 et celui de Houthakker en 1950. Nous débouchons alors dans la section 3 sur l'interprétation qui vient d'être esquissée : l'évolution de Samuelson, dans un sens indiscutablement favorable à la théorie parétienne de l'utilité, peut s'expliquer en s'en tenant au point de vue théorique et mathématique exclusivement. La section 4 évoque l'héritage ultérieur de Samuelson et de Houthakker, en faisant le lien nécessaire avec *Preferences, Utility, and Demand* et quelques recherches ultérieures ; nous ne prétendons pas poursuivre l'analyse jusqu'à la période actuelle, ce qui appellerait un autre article. La section 5 glisse de l'histoire à l'épistémologie : elle vise à dissocier la théorie des préférences révélées et l'interprétation philosophique – par l'éliminationalisme – qu'on en donne routinièrement, interprétation qui conduit, non moins routinièrement, à la rejeter. Nous défendrons finalement l'idée qu'il y a un sens philosophique, pour l'économiste, à continuer à travailler sur cette théorie¹.

LA THÉORIE DES PRÉFÉRENCES RÉVÉLÉES DE SAMUELSON [1938] À HOUTHAKKER [1950]

Dans l'article illustre sur les préférences révélées (1938a), Samuelson ne se propose apparemment rien de moins que de refonder la théorie de la demande individuelle à partir d'un nouvel ensemble de « postulats² ». D'après lui, ceux-ci doivent être formulés directement à l'aide de la notion de demande. Il s'agit donc de renoncer au dispositif indirect qui avait été progressivement mis en place par les économistes néo-classiques, des fondateurs à Pareto [1906a, 1909], puis Slutsky [1915], suivant lequel la théorie de la demande trouve son concept premier dans l'utilité ordinale. Avec ses prédécesseurs de l'école parétienne, Samuelson interprète la fonction de demande comme étant relative au comportement de l'individu et donc, potentiellement au moins, comme étant une notion observable. Samuelson et les parétiens s'accordent encore pour conclure que la fonction d'utilité – même ramenée à de simples propriétés (« ordinales ») de classement – est problématique à observer ; tout dépendra du rôle que l'on est prêt à faire jouer à l'introspection. Samuelson ne fait qu'accentuer le point de vue courant lorsque, dans ses différents articles sur le consommateur, il traite

1. Les faiblesses de la littérature historique et méthodologique en matière de préférences révélées et, plus encore, d'intégrabilité constituent un thème secondaire, mais récurrent de cet article. Dans ces conditions, il est heureux que les micro-économistes spécialisés dans la théorie du consommateur n'aient pas négligé l'histoire de leur domaine. Nous avons notamment tiré parti des synthèses rétrospectives de Hurwicz [1971], Chipman [1982] et de Samuelson lui-même, dans la partie historique de son article de 1950.

2. On peut discuter la question de savoir si les « postulats » de Samuelson fournissent une axiomatisation en bonne et due forme ; voir là-dessus Mongin [1999].

l'utilité ordinaire simplement comme si elle n'était pas observable. Sur ce fond d'accord épistémologique, les perspectives que dessinent la théorie parétienne reçue, d'une part, et l'article novateur de 1938, d'autre part, s'opposent avec netteté : la première fonde l'étude des phénomènes observables sur des principes qui ne le sont pas ; le second prétend revenir sur cette construction différenciée en formulant des principes premiers qui soient *eux-mêmes* observables¹.

C'est ainsi que Samuelson [1938a] met en avant le principe que l'on appellera par la suite *axiome faible de la préférence révélée* (l'expression « préférence révélée » apparaît pour la première fois sous sa plume en 1947-1948, et la distinction entre axiome faible et axiome fort, nécessairement postérieure à Houthakker, date de 1950). Si n désigne le nombre de biens, supposons que pour un vecteur de prix $p = (p_1, \dots, p_n)$ et un revenu I , le consommateur puisse acheter les vecteurs (ou « paniers ») de consommation distincts, $x = (x_1, \dots, x_n)$ aussi bien que $x' = (x'_1, \dots, x'_n)$, et que son choix se porte sur x , auquel il consacre tout son revenu (donc $I = p \cdot x$). On dit alors, par définition, que x est *révélé préféré* à x' . L'axiome faible stipule que x ne peut pas être révélé simultanément préféré à x . En d'autres termes, si $p' = (p'_1, \dots, p'_n)$ et I' désignent des prix et un revenu tels que le consommateur choisisse x' en y consacrant tout son revenu ($I' = p' \cdot x'$), il n'est pas possible que I' suffise, aux prix p' , pour acheter x . Symboliquement,

$$(WA) \quad \text{si } p \cdot x \geq p \cdot x' \text{ et } x \neq x', \text{ alors } p' \cdot x > p' \cdot x'$$

Samuelson présente (WA), de manière ambiguë, à la fois comme une condition de cohérence interne du consommateur et comme une hypothèse empirique sur son comportement². Le formalisme retenu sous-entend qu'il existe une fonction de demande bien définie $x = X(p, I)$, avec $I = p \cdot x$. En fait, l'existence d'une telle fonction apparaît facilement comme une conséquence de l'axiome lui-même, ainsi que Samuelson le remarquera dans un « addendum » qui complète l'article d'*Economica*. On peut aussi écrire l'axiome en introduisant la *relation de préférence révélée* xPx' , définie par l'antécédent de l'implication dans (WA), qui stipule alors que P est asymétrique. Cette reformulation s'avérera précieuse par la suite.

Les manuels d'aujourd'hui attribuent à la théorie de l'utilité ordinaire trois conséquences fondamentales relativement aux fonctions de demande $X(p, I)$ (qui sont supposées différentiables, et même de classe C^1) :

(i) la fonction de demande est homogène de degré zéro par rapport au vecteur de prix p et au revenu I ;

1. La fonction de demande est observable au moins *dans le principe*, sinon peut-être effectivement, à cause du nombre d'observations nécessaires et du caractère agrégé de celles qui sont couramment disponibles. Ces réserves sont conceptuellement nécessaires ; elles paraissent déjà bien comprises tant par Samuelson que par les parétiens. Il se peut que Cassel [1918] ait eu en tête des exigences plus strictes d'observabilité.

2. Pour le premier point : « I assume the following consistency in our idealised individual's behaviour... In words this means that if an individual selects batch one over batch two, he does not at the same time select two over one. The meaning of this is perfectly clear and will probably gain ready acquiescence » ([1938a], p. 65). Pour le second : « the orientation given here is more directly based upon those elements which must be taken as *data* by economic science » (*ibid.*, p. 71).

(ii) la matrice de substitution (a_{ij}) $i, j = 1, \dots, n$, avec $a_{ij} = \int x_i / \int p_j + x_j \cdot \int x_i / \int I$, est symétrique ;

(iii) la matrice de substitution est semi-définie négative.

Ces trois conséquences de la théorie ordinaire commencent à être bien connues vers la fin des années 1930. La propriété (i) est facile et ancienne ; on la fait remonter à Walras. La propriété (ii) est évidemment plus délicate à obtenir. Sous les propriétés de régularité convenables, Slutsky [1915] avait démontré que l'existence d'une fonction d'utilité l'impliquait – autrement dit que (ii) était une condition *nécessaire* à l'intégrabilité des fonctions de demande. Si lentement qu'ait circulé l'article de Slutsky, cette implication était devenue familière chez les meilleurs théoriciens de l'entre-deux-guerres. Elle apparaît chez Samuelson lui-même, dans une publication de la même année que l'article célèbre ([1938b], p. 348). Il la nomme alors *condition of integrability*, au sens, manifestement, d'une condition nécessaire, et il l'attribue correctement à Slutsky. Quant à la conséquence (iii), elle est la plus importante de toutes au point de vue économique : c'est l'expression contemporaine de la « loi de demande » pour le consommateur individuel. Slutsky en avait dérivé une forme affaiblie – le terme de substitution a_{ii} est négatif. Des auteurs postérieurs en obtiendront l'expression complète – qui impose des signes alternés aux autres mineurs principaux de la matrice (a_{ij}) . Samuelson connaissait également bien la conséquence (iii) puisqu'il la discute dans ses deux articles de 1938¹.

L'article [1938a] traite (i) comme un « postulat » supplémentaire de la théorie des préférences révélées, mais Samuelson signalera bientôt, comme pour l'existence de la fonction de demande, que cette propriété découle trivialement de l'axiome faible. Le développement principal de l'article consiste à dériver (iii), ou plus exactement une formulation équivalente, en utilisant l'axiome faible². Quant à la propriété de symétrie (ii), l'article [1938a] ne la discute pas en tant que telle, mais il est évident que Samuelson entend alors la laisser à l'écart de sa propre théorie. Plutôt que (ii), c'est l'intégrabilité des fonctions de demande, généralement parlant, qu'il choisit de commenter. La position de Samuelson par rapport à cette question fondamentale s'exprime dans un passage difficile ([1938a], p. 68), dont nous retiendrons trois affirmations principales. (1) L'intégrabilité n'est pas un « problème important » pour une théorie qui prétend se défaire du concept d'utilité. (2) L'intégrabilité n'a pas de valeur normative « pour un individu rationnel et cohérent ». Enfin, puisqu'elle implique une condition de symétrie qui est testable en principe³, l'intégrabilité a une signification empirique. Mais précisément pour cette raison, Samuelson s'en

1. Voir notamment ([1938b], p. 348), le passage où apparaît aussi la condition (ii). Nous ne nous préoccupons ici que de ce que Samuelson pouvait connaître en 1938. Pour comprendre plus généralement la lente diffusion des résultats de Slutsky, le lecteur doit se reporter à l'étude de Chipman et Lenfant [1999].

2. Chipman ([1982], note 3, p. 63-64) compare en détail la formulation moderne (iii) et celle que retrouve Samuelson, en expliquant leur équivalence. Il convient aussi de comparer (iii) à la formulation de Georgescu-Roegen [1936], que Samuelson utilise à différentes reprises (elle s'exprime à l'aide de la fonction de demande inverse).

3. En [1938a], contrairement à [1938b], Samuelson ne discute pas la symétrie au sens (ii) de Slutsky, mais une autre condition de symétrie formulée par Georgescu-Roegen [1936] à partir de la demande inverse.

définie. En d'autres termes, (3) l'intégrabilité des fonctions de demande pourrait bien être empiriquement réfutée.

Ce passage montre que, *dès l'origine*, le développement d'une théorie des préférences révélées butte sur la question de l'intégrabilité. L'historien ne peut pas trancher entre ces deux hypothèses : Samuelson a-t-il formulé sa critique de la symétrie après coup, et en quelque sorte comme une rationalisation, c'est-à-dire après avoir tenté sans succès de la dériver de l'axiome faible ou même d'une autre axiomatisation des préférences révélées ? Ou, au contraire, a-t-il conçu cette critique d'emblée, ce qui l'aurait amené à se satisfaire authentiquement d'un axiome qui lui permettait de retrouver la « loi de demande » mais dont il n'attendait rien pour la symétrie ? Samuelson est assez rusé pour dissimuler un échec technique derrière une position méthodologique *ad hoc* ; ni l'article [1938b], qui est éclairant à d'autres égards, ni les commentaires postérieurs, n'autorisent à trancher. Quoi qu'il en soit de cette interprétation ou de l'autre, Samuelson, en 1938, sépare brutalement la théorie nouvelle et la résolution du problème de l'intégrabilité. Il prend le risque de voir bientôt contredites ses affirmations (1) et (2). De fait, les résultats de Houthakker et de Samuelson lui-même en 1950 vont livrer une difficulté inattendue pour la thèse (1) et un démenti cinglant à la thèse (2).

En 1948, Samuelson fait un pas en avant dans la compréhension de sa propre théorie. Exploitant une suggestion heuristique de Little¹, il montre comment, dans le cas de deux biens, l'axiome faible permet de construire des courbes qui sont formellement analogues aux courbes d'indifférence de la théorie traditionnelle. Voici, un peu plus précisément expliquée, la construction de l'article. Comme d'autres auteurs de l'époque, Samuelson choisit de raisonner non sur l'objet primitif de sa théorie – la fonction de demande ordinaire – mais sur la fonction de demande *inverse*. Pour cela, il suppose non seulement que tout vecteur de consommation possible $x = (x_1, x_2)$ peut être obtenu comme demande de l'individu, autrement dit, qu'il existe des prix $p = (p_1, p_2)$ et un revenu I tels que :

$$x = X(p_1, p_2, I) \quad \text{avec} \quad I = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

mais encore que ce couple (p, I) est unique à un facteur multiplicatif près ([1948], p. 243). La théorie postérieure à Houthakker prendra soin de clarifier le rôle mathématique de cette hypothèse (voir notamment Uzawa [1960], p. 162, et les commentaires généraux de Hurwicz [1971]). Par inversion de la fonction de demande, on peut alors associer à chaque point x du plan une valeur unique des prix relatifs :

$$p_1/p_2 = f(x_1, x_2)$$

Supposons un instant la validité de la théorie parétienne de l'utilité ; alors si le vecteur x est choisi au revenu I et aux prix p_1 et p_2 , il doit satisfaire la relation familière (du « taux marginal de substitution ») :

$$p_1 dx_1 + p_2 dx_2 = 0$$

1. Elle sera publiée en fait postérieurement à son exploitation par Samuelson (Little [1949]).

Ce raisonnement justifie heuristiquement l'étude de l'équation différentielle :

$$(*) \quad dx_2/dx_1 = -f(x_1, x_2)$$

qui se résout par les moyens ordinaires – le théorème de Cauchy – dès lors qu'on fait les bonnes hypothèses sur la fonction de demande – menant à f lipschitzienne. Samuelson entreprend alors de montrer que les solutions $x_2(x_1)$ de l'équation (*) ou bien, dans un langage équivalent, les courbes paramétrées $(x_1, x_2) = k$ auxquelles elles donnent lieu, ont une interprétation en termes de préférences révélées. Tout point x^* donné appartient à une et une seule de ces courbes ; il s'agit alors de vérifier qu'elle est la frontière commune de l'ensemble (« supérieur ») des vecteurs qui sont *révélés préférés* à x^* et de l'ensemble (« inférieur ») des vecteurs auxquels x^* est *révélé préféré*. Ce résultat s'obtient avec l'aide de l'axiome faible. Il fait apparaître l'analogie formelle des courbes déterminées par l'équation (*) avec les courbes d'indifférence de la théorie parétienne de l'utilité. En effet, ce qu'on appelle « courbe d'indifférence de x^* » n'est pas autre chose que la frontière commune à l'ensemble des vecteurs (faiblement) *préférés* à x et à l'ensemble des vecteurs auxquels x est (faiblement) *préférés*, au sens de la relation de préférence associée à la fonction d'utilité ordinale. Samuelson arrête là son raisonnement, mais la conclusion qu'il en tire est claire. Il vient de montrer en substance que, dans le cas de deux biens, on peut remonter de la fonction de demande, soumise à l'axiome faible des préférences révélées, à une notion d'utilité ordinale d'où provienne cette fonction de demande.

En s'aidant de la terminologie moderne des relations binaires, on préciserait ainsi la démonstration de Samuelson. L'axiome faible revient à poser que la relation $xRy = (\text{non } yPx)$ est *complète*. Les propriétés topologiques obtenues pour les courbes déterminées par les solutions de (*) signifient que cette relation R est *continue*. Il resterait à expliciter le fait que R soit *transitive* et *strictement convexe*, ce qu'on peut faire en exploitant la géométrie des courbes (elles ne se coupent pas). Suivant un théorème aujourd'hui bien connu (prouvé par Debreu en 1954), on pourra finalement associer à R une fonction $u(\cdot)$ qui la représente (c'est-à-dire telle que : xRy si et seulement si $u(x) \geq u(y)$), fonction continue, strictement quasi-concave et unique à une transformation croissante près. La quasi-concavité de $u(\cdot)$ assure que la fonction de demande s'obtient bien en maximisant $u(\cdot)$. Voilà la manière – un peu pédante – dont l'économiste d'aujourd'hui pourrait vouloir procéder. S'il n'est pas aussi explicite, Samuelson n'en fait pas moins très bien comprendre qu'il vient, pour la première fois, de relier sa théorie propre à la théorie parétienne. En fait, il vient de résoudre élégamment le problème de l'intégrabilité pour le cas de deux biens. Il n'emploie pas non plus cette formulation, parce que, avec les économistes de son temps, il considère que le problème de ne se pose qu'à partir de trois biens [1948], p. 251, note 2)¹. Mais le résultat d'intégrabilité est déjà là, dans une anticipation obscure et frappante à la fois du résultat imminent de Houthakker.

1. Voir aussi ([1950], p. 360). Cette conclusion résulte du célèbre échange entre Volterra [1906] et Pareto ([1906b et 1909], p. 546-556) et n'est heureusement contestée par personne.

Pour traiter le cas d'un nombre quelconque de biens, Houthakker [1950] a l'idée, somme toute naturelle, de proposer un renforcement itératif de l'axiome de Samuelson. Supposons qu'il existe une suite de paniers de consommation x^1, \dots, x^k telle que chaque élément de la suite soit révélé préféré au suivant ; alors, on conclura que le dernier élément ne peut être révélé préféré au premier. Cette condition – l'« axiome fort de la préférence révélée » – obéit à la même inspiration exactement que celle de Samuelson¹. On peut l'interpréter de nouveau soit comme une contrainte de cohérence interne imposée au comportement du consommateur, soit comme une proposition empirique sur ce comportement. Le fait que les suites auxiliaires x^1, \dots, x^k soient de longueur *finie*, même si l'axiome est posé pour k quelconque, est de la plus grande importance : la condition nouvelle appartient au même type de mathématiques discrètes que l'ancienne. Rien, dans sa formulation, n'évoque qu'elle pourrait avoir une parenté logique avec les conditions infinitésimales énoncées par Slutsky. Symboliquement, on écrira :

(SA) si $k \geq 2$ et si la suite de vecteurs x^1, \dots, x^k est telle que : $p^1 \cdot x^1 \geq p^1 \cdot x^2$ et $x^1 \neq x^2, \dots, p^{k-1} \cdot x^{k-1} \geq p^{k-1} \cdot x^k$ et $x^{k-1} \neq x^k$, alors $p^k \cdot x^1 > p^k \cdot x^k$.

On peut paraphraser l'axiome en introduisant la *relation de préférence révélée indirecte* xP^*x' définie par l'antécédent de la conditionnelle dans (SA). L'axiome dit alors que « xP^*x' implique (non xP^*x) », ce qui est en fait équivalent à : « xP^*x' implique (non xP^*x) », c'est-à-dire à : « P^* asymétrique ».

Le « théorème » de Houthakker affirme que, si l'on fait certaines hypothèses techniques sur la fonction de demande $x = X(p, I)$, l'axiome fort implique l'existence d'une fonction d'utilité u telle que $X(p, I)$ résulte de la maximisation de u sous la contrainte $I = p \cdot X(p, I)$. Nous mettons l'expression « théorème » entre guillemets en pensant aux exigences du lecteur d'aujourd'hui : l'article de 1950 lui demandera patience et générosité avant qu'il puisse y reconnaître une démonstration au sens mathématique du terme. Seul le travail effectué après coup, et tout particulièrement celui d'Uzawa ([1960], Theorems 1-2-3, repris avec de légères modifications chez Uzawa [1971]), permet d'avoir confiance dans les raisonnements assurément ingénieux, mais à peine amorcés de Houthakker. L'énoncé même du résultat, en 1950, reste flottant. On ne sait pas si le domaine des vecteurs de consommation et des prix inclut ou non le cas de consommations et de prix nuls. La version d'Uzawa exclut expressément ce cas, et il faut attendre, semble-t-il, un travail tardif de Stigum [1973] pour qu'il soit correctement pris en compte. En outre, et plus gravement, si Houthakker pose une condition de régularité convenable, quoiqu'un peu trop forte, sur $X(p, I)^2$, il semble bien qu'il n'ait pas compris le

1. Houthakker ne se fait pas faute de le souligner : « As to the significance of this axiom, it serves to substantiate the revealed preference relation but in a more exhaustive way » ([1950], p. 163).

2. Il prend $X(p, I)$ de classe C^1 . Chez Uzawa, il suffit qu'elle soit lipschitzienne par rapport à I .

rôle joué par l'hypothèse d'inversibilité de X par rapport aux prix relatifs¹. Mais les idées principales d'une démonstration correcte sont déjà là, et elles auront suffi à provoquer l'enthousiasme de Samuelson, dont l'article de 1948 n'était pas plus détaillé.

Houthakker et, plus systématiquement que lui, ses successeurs formulent leurs raisonnements dans le langage des relations binaires, ce qui marque une étape dans le développement de l'économie mathématique². Partant de la relation de préférence révélée indirecte P^* , qui est transitive par construction et asymétrique en vertu de l'axiome fort, on peut vouloir montrer que la relation induite $xR^*x' = (\text{non } x'P^*x)$ est *continue* et *transitive*. Nous avons déjà illustré ce schéma de démonstration dans le cas de deux biens, pour lequel il suffisait de considérer la relation de préférence révélée P et l'axiome faible. Il va constituer, pour l'essentiel, le canevas de la démonstration ébauchée par Houthakker et complétée par Uzawa. Celle-ci s'achèvera, comme il convient, par une application du théorème déjà cité de représentation numérique pour un préordre continu.

Afin d'établir les propriétés manquantes de R^* , Uzawa passe par un lemme assez délicat dont voici globalement l'idée. Fixons un vecteur de consommation $x^a = X(p^a, I^a)$ et un vecteur de prix $p^b \neq p^a$. On s'intéresse aux quantités :

$$r = \sup \{I : X(p^b, I) P^* X(p^a, I^a)\}$$

et :

$$r' = \inf \{I : X(p^a, I^a) P^* X(p^b, I)\}$$

Uzawa ([1960], Lemma 1) démontre que $r = r'$ en considérant l'équation différentielle :

$$(**) \quad dI(t)/dt = (p^b - p^a) \cdot X(p(t), I(t)), \quad 0 \leq t \leq 1$$

avec la condition initiale $I(0) = I^a$ et la paramétrisation linéaire des prix : $p(t) = p^a + (1-t)p^b$. Par le théorème de Cauchy, cette équation différentielle a une solution unique $I(t)$. Comme Houthakker, auquel il a emprunté cette idée ingénieuse, Uzawa construit explicitement deux suites de fonctions linéaires par morceaux ($I_k^-(t)$ et ($I_k^+(t)$), $k = 1, 2, \dots$, qui approchent $I(t)$ par valeurs inférieures et par valeurs supérieures, respectivement. Par construction, les suites de nombres $I_k^-(1)$ et $I_k^+(1)$ – appelés par Houthakker « revenus inférieurs » et « revenus supérieurs » – convergent vers r et r' respectivement.

1. C'est l'hypothèse déjà discutée à propos de l'article de Samuelson en 1948. Houthakker ([1950], p. 161) prétend s'en passer, mais elle est requise chez Uzawa ([1960, 1971]) et chez Stigum [1973].

2. Par la suite, Houthakker ([1983], p. 60, note 8) insistera très justement sur la nouveauté de cette technique pour l'époque. Les premiers utilisateurs du formalisme des relations ont tous été influencés par des logiciens : Samuelson par Quine, Arrow par Tarski, et Houthakker par Beth.

Comme ces deux suites de nombres convergent aussi vers la valeur commune $I(1)$, on a bien démontré que $r = r^1$.

Heuristiquement, il convient de rapprocher la démonstration du lemme et le raisonnement, évidemment plus simple, que Samuelson proposait en 1948. Dans les deux cas, on cherche à décrire l'ensemble d'indifférence d'un panier donné x^a . L'égalité $r = r'$ chez Uzawa livre différentes indications géométriques sur cet ensemble, dont l'élément typique – pour un p^b fixé – est construit à l'aide de suites « supérieures » et « inférieures » de paniers de consommation. Dans les deux cas, on s'aide d'une équation différentielle, (**) jouant chez Uzawa le rôle de (*) chez Samuelson. Dans les deux cas, on approche l'équation différentielle auxiliaire par une construction discrète, ce qui est requis si l'on veut faire jouer les axiomes de la préférence révélée².

Analytiquement, le lemme de Houthakker-Uzawa est un pas vers les propriétés de *transitivité* et de *continuité* de R^* , qui donneront finalement la représentation numérique désirée. On en infère aussi que R^* satisfait une propriété de *convexité stricte*, ce qui impliquera la quasi-concavité stricte de la représentation $u(\cdot)$, et donc que $X(p, I)$ provient bien de la maximisation de $u(\cdot)$ sous la contrainte budgétaire³. Uzawa explicite encore la propriété d'*unicité* : la relation R^* induite par P^* est le seul préordre dont provienne, au sens qui vient d'être dit, la fonction de demande $X(p, I)$. Il faut évidemment distinguer cette propriété d'unicité propre à la relation de préférence, et celle, plus familière, d'unicité ordinale de la représentation u , une fois donnée la relation de préférence. L'unicité de la relation engendrante a un caractère fondamental, qui oblige à l'expliciter, même si elle est facile à vérifier dans le cas d'espèce. Car il n'y aurait pas d'intérêt *théorique* à produire une relation R^* qui ne soit pas unique : si tel était le tel cas, on ne pourrait plus conclure que la conception de la préférence révélée et celle de la préférence ordinaire coïncident, puisque la seconde se sert de la relation de préférence pour identifier le consommateur et suppose nécessairement son unicité⁴.

L'ÉVOLUTION DE SAMUELSON ENTRE 1938 ET 1950 (« DID SOMETHING HAPPEN ON THE WAY ? »)

De 1938 à 1950, la position de Samuelson à l'égard des préférences révélées et de l'utilité ordinale change. Cette évolution est indiscutable. On la commente

1. Les démonstrations postérieures à Houthakker passent toutes par une variante du lemme de Houthakker-Uzawa. Stigum [1973] y revient en grand détail, en précisant encore celles de Uzawa et de Newman [1960].

2. On peut préciser les interprétations de ce paragraphe en se reportant à Chipman ([1982], p. 36-39).

3. Quant à la propriété de *croissance stricte* de R^* (et de u), elle va de soi, compte tenu des contraintes de positivité retenues sur les prix : il est immédiat que $x \geq x'$, $x \neq x' \Rightarrow xPx'$ (et $u(x) > u(x')$).

4. Dans leur présentation simplifiée de la théorie de la préférence révélée, Mas-Colell, Whinston et Green (1995, p. 92) ont manqué ce point. Ils utilisent en effet un raisonnement ensembliste emprunté à Richter [1966] qui est *non constructif* (il dépend du lemme de Zorn et n'assure pas l'unicité).

souvent ainsi : au départ, il aurait d'abord été partisan d'éliminer une notion par l'autre et, simultanément, de remplacer la théorie parétienne par la sienne propre ; au terme de son évolution, il considérerait les deux notions comme également pertinentes et il s'efforcera de les articuler l'une à l'autre au sein d'une seule et même théorie du consommateur. L'étape finale est cohérente avec la découverte de Houthakker, qui interdit bien évidemment d'opposer les préférences révélées à l'utilité ordinale, mais l'évolution de Samuelson se marquerait déjà dans les *Foundations of Economic Analysis* (rédigées pour partie bien avant 1947). Cette évolution serait, donc, primordialement, *autonome et méthodologique*. Au-delà des aspects biographiques, elle illustrerait le contraste abstrait entre deux conceptions des préférences révélées et de l'utilité ordinale, l'une conflictuelle et éliminationniste, l'autre bienveillante et synthétique.

Houthakker lui-même pourrait être à l'origine de l'interprétation ordinaire. Il affirme en effet :

« Though originally intended... as a substitute for the « utility function » and related formulations, (the revealed preference approach) has since tended to become complementary to the latter ; in his *Foundations* Professor Samuelson uses it to express the empirical meaning of utility analysis, to which he apparently no longer objects. » ([1950], p. 159.)

L'expression par laquelle Houthakker assigne son but à la théorie des préférences révélées – *exprimer la signification empirique de la théorie de l'utilité* – est pour ainsi dire empruntée aux *Foundations*¹. Dans un commentaire ultérieur ([1960], p. 63), Houthakker se demandera de nouveau si « quelque chose est arrivé dans l'intervalle » (*did something happen on the way ?*). Manifestement, il inscrivait son propre travail dans l'évolution qu'il croyait lire chez Samuelson lui-même : peut-être est-ce d'ailleurs la lecture des *Foundations* qui l'a incité à entreprendre la démonstration réconciliatrice. L'interprétation de Houthakker réapparaît, extrapolée et durcie, chez différents commentateurs².

Cette thèse se heurte d'emblée à une difficulté textuelle : Samuelson n'a jamais reconnu avoir changé d'avis. Dans un passage rétrospectif de son article sur l'intégrabilité, il reprend le mot d'ordre des *Foundations* – *exprimer la signification empirique de la théorie de l'utilité* – mais c'est pour affirmer aussi que *cet objectif aurait été mis en œuvre dès le commencement du programme*. Il écrit en effet :

« We are now in a position to complete the programme begun a dozen years ago of arriving at the full empirical implications for demand behaviour of the most general ordinal utility analysis. » ([1950], p. 369.)

1. Cf. [1947], p. 92, 116, et *passim*.

2. Il s'agit notamment de Wong [1978], auquel on reconnaîtra du moins le mérite d'avoir consacré un livre entier aux préférences révélées. Wong va jusqu'à considérer trois expressions méthodologiques très dissemblables, chez Samuelson, du programme des préférences révélées : en 1938, 1948 et 1950, respectivement. Wong en conclut que Samuelson est incohérent. Schmidt [1985] atténue le discontinuisme de l'interprétation ordinaire, mais, pour d'autres raisons, conclut encore à l'incohérence méthodologique du programme.

À notre connaissance, tous les commentaires de Samuelson postérieurs à 1950 s'accordent avec celui-ci. Ni en 1953, dans ses remarques supplémentaires sur la loi de demande, ni en 1963, lors de la discussion bien connue des thèses de Friedman, Samuelson ne dira ni ne sous-entendra que le programme des préférences révélées ait pu changer de sens en cours de réalisation. Nous voudrions montrer que la vision de l'économiste s'accorde finalement mieux à la réalité du travail effectué que le jugement condescendant des commentateurs.

Le terme du parcours en 1950 étant compris de la même façon par tous, il faut réexaminer son point de départ en 1938, ainsi que les étapes intermédiaires en 1947-1948. Certains passages de l'article initial ont une tonalité franchement hostile à la théorie parétienne. On cite volontiers la proclamation fracassante du jeune Samuelson :

« I propose... that we start anew in direct attack upon the problem, dropping off the last vestiges of the utility analysis. » ([1938a], p. 62.)

Mais il faut restituer les précisions qui suivent immédiatement :

« This does not preclude the introduction of utility by any who may care to do so, nor will it contradict the results attained by use of related constructs. It is merely that the analysis can be carried on more directly, and from a different set of postulates. » (*Ibid.*)

Considéré dans son ensemble, le passage cesse d'indiquer que Samuelson ait voulu *éliminer* la notion d'utilité ; il paraît même plutôt défavorable à la thèse ordinaire. L'idée – supposément tardive – d'une coexistence féconde entre la conception nouvelle et celle de la maximisation de l'utilité figure en termes presque explicites dans les deux dernières phrases. Pour commenter plus profondément cette page, il faudrait discuter en détail le parallèle qu'elle sous-entend avec Hicks et Allen [1934]. Si l'on interprète l'article des deux auteurs dans un sens éliminationniste, on tiendra certainement un argument en faveur de la thèse, car il n'y a pas de doute qu'en 1938, Samuelson voit son propre travail comme un prolongement du leur. Mais l'article de Hicks et Allen est lui-même plus ambigu qu'on ne veut parfois le dire : les deux auteurs ont certainement réussi à éliminer certaines traces d'utilité *cardinale* qui subsistaient chez Pareto ; ce qu'ils ont accompli au-delà de cet objectif, en matière d'utilité *ordinaire* donc, reste confus. En reformulant des propositions relatives à la demande dans le langage des taux marginaux de substitution et des élasticités, ils semblent vouloir tantôt préparer l'élimination des courbes d'indifférence, tantôt se contenter d'approfondir cette notion. La nature de leurs résultats étant indécise, il n'est pas très facile de restituer exactement leurs intentions¹.

Mieux que des déclarations programmatiques, ou l'autorité d'un travail antérieur qui reste obscur, le contenu technique des textes devrait permettre d'en préciser l'interprétation. En quel sens Samuelson aurait-il pu « remplacer » la théorie parétienne par celle des préférences révélées, comme le prétend Houthakker ? En un premier sens, Samuelson aurait pu vouloir développer deux théories *distinctes l'une de l'autre par leurs implications*. Or, ce n'est pas le cas.

1. Dans *Value and Capital* [1939], Hicks réinterprétera la tentative de 1934 dans un sens limitatif : l'élimination de l'utilité cardinale seulement.

Nous voyons par l'article [1938a], et encore plus nettement par [1938b], qu'il délimite par avance les résultats dont il s'occupe : ce sont les conditions déjà obtenues par la « théorie conventionnelle », avec le flottement inévitable qui accompagne alors l'appartenance à la « théorie conventionnelle » de (ii) ou des autres conditions de symétrie disponibles – puisqu'il ne sait pas que faire de l'intégrabilité. Voici une autre indication : lorsque Samuelson écrit une relation inédite dans le style de (iii), relation qui ne suppose pas la symétrie, il s'empresse de la présenter seulement « comme une extension utile des restrictions apportées par l'analyse antérieure » [1938a], p. 71). De là un deuxième sens du mot « remplacer », le seul qui soit compatible avec le contenu technique des textes : Samuelson voulait *axiomatiser autrement les résultats de la théorie parétienne en matière de demande*. Compte tenu du découpage alors convenu entre les entités observables et les autres, ce projet n'est pas différent de celui qu'en 1950 il assignera à l'ensemble de son travail, et qu'on prétend situer uniquement dans la dernière phase : exprimer la signification empirique de la théorie de l'utilité. L'article [1938b] porte d'ailleurs significativement le titre « The Empirical Implications of Utility Analysis » ; il faut le lire en même temps que [1938a] car il en éclaire l'intention. Certes, le contenu *technique* des expressions que nous venons d'employer – « signification empirique », « axiomatiser autrement » – va se préciser différemment selon la place que Samuelson accorde à l'intégrabilité. Mais, *méthodologiquement*, le projet apparaît fixé dès le départ.

Pour parer à une autre objection possible, nous admettrons que le projet d'axiomatiser autrement la théorie de l'utilité puisse déboucher sur deux résultats très différents : la nouvelle axiomatique peut en effet soit supplanter la théorie du consommateur en se reformulant exclusivement comme théorie de la demande, soit coexister avec l'ancienne, au sein d'une théorie du consommateur enrichie par rapport à sa source parétienne. Ou bien le « remplacement » devient effectif, ce qui ramène à l'éliminationnisme, ou bien il reste virtuel. Suivant une variante modérée de la thèse discontinuiste, Samuelson serait passé d'une interprétation à l'autre du projet, unique, d'axiomatiser autrement la théorie de l'utilité. Même cette reformulation mesurée entre en conflit avec les textes : nous venons de citer un passage dans lequel Samuelson privilégie clairement l'hypothèse d'une coexistence pacifique entre les deux axiomatisations. S'il subsistait des doutes, nous indiquerons dans la section 5 que des raisons de plausibilité philosophique devraient conduire à écarter une fois pour toutes les interprétations éliminationnistes de l'article [1938a].

Les années 1947-1948 soulèvent un problème d'exégèse singulier : il faut interpréter l'occurrence – pour la première fois dans les *Foundations* ([1947], p. 151), ensuite systématiquement dans l'article de 1948 – de l'expression qui a donné son nom au domaine, « préférences révélées ». Comme les commentateurs l'ont souvent remarqué, l'emploi de l'expression traduit en lui-même une forme d'adhésion à la théorie parétienne. En 1938, l'axiome faible était censé rendre exclusivement une propriété de cohérence extérieure *des choix* ; si on le reformule comme un axiome de la « préférence révélée », c'est évidemment parce qu'on présume qu'il pourrait exister une préférence derrière les choix. Un partisan de la thèse reçue pourra donc voir dans l'adoption tardive de cette expression mémorable un indice du fait que, au départ, Samuelson tiendrait sa théorie à distance de la théorie parétienne, alors qu'il accepte ultérieurement de les rapprocher. Nous y voyons bien plutôt la manifestation d'une découverte

technique. Samuelson ne vient-il pas de comprendre, à propos du cas particulier de deux biens, qu'il peut retrouver l'utilité ordinale à partir de son axiome ? Qu'il évoque désormais l'axiome dans le langage parétien signifie qu'il entrevoit désormais le moyen de le relier mathématiquement à la « théorie conventionnelle » ; il n'est pas nécessaire de supposer que son jugement méthodologique ait simultanément évolué.

Cette grille de lecture peut s'appliquer à l'ensemble de l'article de 1948, et en particulier à sa conclusion audacieuse¹. Mieux, elle vaut aussi pour les *Foundations*, dès lors que l'on tient compte de cette très curieuse anticipation du résultat d'intégrabilité encore à venir :

« The only point upon which this formulation (= l'axiome faible) does not throw light is that of integrability. Even here, a proof may still be forthcoming, by which this condition (= l'axiome faible encore) may be slightly generalized to include the question of integrability. » ([1947], p. 111, note 14.)

Connu de Houthakker, ce passage pourrait bien l'avoir orienté heuristiquement vers l'axiome fort². Mais ce n'est pas l'aspect qui nous préoccupe ici : l'importance de ces lignes vient de ce qu'elles permettent d'insérer les *Foundations* dans notre interprétation générale. *Samuelson a changé d'avis sur l'intégrabilité, et sur l'intégrabilité seulement*. En 1938, il privilégie le cas non intégrable, il commence à l'exclure en 1947-1948, et il franchit le pas en 1950. À chaque étape, il comprend différemment le problème technique et, du coup, il le valorise différemment. L'intuition qui le guide constamment est que, pour autant qu'elle pourrait découler des préférences révélées, l'intégrabilité devient une condition intéressante à obtenir. Il n'y a rien là de circulaire ou de douteux, mais une sorte d'expérimentalisme des idées, bien dans la manière de Samuelson et, d'ailleurs, des grands théoriciens. Toute son évolution peut donc, à moindres frais, s'expliquer par la technique ; il devient superflu d'imaginer qu'il aurait été éliminationniste en 1938 et qu'il aurait changé d'avis par la suite³.

1. « The whole theory of consumer's behaviour can thus be based upon operationally meaningful foundations in terms of revealed preference » ([1948], p. 251.)

2. Il rend aussi crédible l'affirmation de Samuelson ([1950], p. 370) selon laquelle il aurait un moment cherché, sans aboutir, à démontrer une variante du théorème de Houthakker.

3. Wong [1978] fait tout de même un pas vers l'interprétation proposée ici lorsqu'il distingue entre deux versions du mot d'ordre « extraire la signification empirique de la théorie de l'utilité ». Il peut s'agir, dit-il, soit de dégager des conditions seulement nécessaires, soit de dégager des conditions nécessaires et suffisantes, la première version convenant à l'étape de 1938 et la seconde à celle de 1950. Contrairement aux distinctions qu'il fait par ailleurs, celle-ci nous semble justifiée, à condition de ne pas lui donner un contenu méthodologique qu'elle n'a pas : comme le reste, elle est déterminée par la question de l'intégrabilité. Une fois cela compris, on cessera de voir une incohérence dans le passage des « conditions nécessaires » aux « conditions nécessaires et suffisantes » : il s'agit seulement d'un avatar du processus de découverte.

L'INTÉGRABILITÉ CHEZ SAMUELSON [1950] ET DANS LA THÉORIE ULTÉRIEURE

Alors même que l'axiome fort constitue une condition d'intégrabilité discrète (ou encore « globale », dans la terminologie de Hurwicz [1971]), la résolution proposée par Houthakker réussit à relancer l'intérêt pour une analyse différentielle (« locale ») de la question. Samuelson se mit aussitôt à la tâche avec succès. C'est là que résident l'apport durable de son article de 1950 et, plus généralement, sa contribution positive à la problématique de l'intégrabilité ; il ne participera pas aux développements qui mèneront à *Preferences, Utility, and Demand*. Les « Mathematical Notes on Integrability » placées en annexe de l'article livrent la première formulation claire et satisfaisante du résultat fondamental que les traités de micro-économie reprennent aujourd'hui : les deux propriétés énoncées par Slutsky, (ii) et (iii), sont non seulement nécessaires à l'existence d'une fonction d'utilité dont la fonction de demande provient par maximisation contrainte, mais également suffisantes.

La démonstration de Samuelson suppose, une fois de plus, l'hypothèse de fonctions de demande inverse bien définies ; celles-ci doivent être en outre de classe C^1 . Il montre alors que la symétrie de la matrice de Slutsky est équivalente à celle de la matrice suivante :

$$(b_{ij}) \quad i, j = 1, \dots, n$$

avec $b_{ij} = \int p_i / \int x_j + p_j \cdot \int p_i / \int I$.

Or cette matrice avait été introduite par Antonelli [1886], qui, avec une préscience remarquable, avait obtenu la conclusion suivante : lorsqu'il existe des fonctions de demande inverse aux propriétés de régularité convenables, la symétrie de la matrice (b_{ij}) est nécessaire et suffisante pour qu'il existe une fonction d'utilité. Ingénieur de formation, Antonelli avait invoqué des résultats, déjà classiques au XIX^e siècle, concernant l'existence d'une « fonction potentiel » sous-jacente à un champ de vecteurs différentiable. Samuelson n'a découvert le résultat d'Antonelli, ou tout au moins ne l'a assimilé, qu'à l'occasion, remarquablement tardive, de son travail de 1950. Il lui rend justice avec les scrupules dont il est coutumier en matière historique. L'apport de Samuelson consiste d'abord à vérifier la suffisance de la condition d'Antonelli à la lumière de la théorie des équations différentielles – en l'occurrence, du théorème de Frobenius, même s'il ne l'appelle pas ainsi¹. Surtout, comme nous venons de l'indiquer, Samuelson montre que, sous les conditions posées, la symétrie de la matrice d'Antonelli est équivalente à celle de la matrice de Slutsky. L'étape supplémentaire par rapport à Antonelli est, si l'on veut, bien modeste. Mais elle permet de donner enfin une réciproque aux implications directes de Slutsky, qui sont tellement fondamentales pour la théorie néo-classique du consommateur.

Pour être tout à fait rigoureux, il convient, avec Hurwicz [1971] encore, de distinguer deux stades de la réciproque et, simultanément, de la propriété d'in-

1. Pour l'énoncé technique du théorème de Frobenius, voir Hurwicz et Richter (1979, Proposition 1) et les références mathématiques de cet article, qui sont en partie également celles de Samuelson.

tégrabilité. La propriété de symétrie, soit de la matrice d'Antonelli, soit de la matrice de Slutsky, assure l'intégrabilité *mathématique* de la fonction de demande inverse, c'est-à-dire l'existence d'une fonction potentiel $u(\cdot)$. La propriété semi-définie négative – et là encore, on peut vérifier qu'il est équivalent de la poser pour une matrice ou pour l'autre – est néanmoins requise pour l'intégrabilité *économique*, c'est-à-dire si l'on veut que la fonction de demande inverse provienne de la *maximisation* de $u(\cdot)$. En termes équivalents : si l'on veut que la fonction potentiel s'interprète correctement comme une fonction d'utilité. Mathématiquement, le rôle de la propriété semi-définie négative est d'imposer que $u(\cdot)$ soit strictement quasi concave, et donc que les conditions du premier ordre soient suffisantes pour un maximum. Pour ces raisons, les conditions (ii) et (iii) sont solidaires : ensemble, elles sont nécessaires et suffisantes pour la résolution du problème complet. La distinction importante de Hurwicz peut s'appliquer rétrospectivement à la théorie des préférences révélées : dans ce cas, la transition de l'intégrabilité mathématique à l'intégrabilité économique s'effectue lorsque, après avoir établi que R ou R^* sont des préordres continus, on démontre que ces relations sont strictement convexes.

La résolution différentielle précédente communique étroitement avec la résolution discrète par les préférences révélées. Voici le système d'équations qui joue le rôle principal chez Samuelson ([1950], p. 379) :

$$(***) \quad \int x_n / \int x_i = -g_i(x_1, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n$$

où $g_i(\cdot)$ désigne la fonction de demande inverse du bien i , qui est ici une donnée du problème. (Compte tenu de la normalisation effectuée, $p_n = 1$, la quantité x_n va jouer le rôle du revenu I .) On voit que ce système d'équations aux dérivées partielles est la généralisation directe de l'équation différentielle (*) de 1948. Dans les deux cas, il s'agit de construire l'ensemble d'indifférence d'un point donné à l'aide de propriétés différentielles ; mais les conditions de Slutsky, qui sont elles-mêmes différentielles, permettent d'y parvenir plus rapidement que l'axiomatique des préférences révélées, laquelle impose un processus d'approximation. La comparaison de (***) avec l'équation de Houthakker-Uzawa (**) est un peu moins transparente, parce que celle-ci est formulée à partir de la fonction de demande *directe* $X(p, I)$, mais l'heuristique n'est pas différente¹.

Les travaux postérieurs à Samuelson [1950] ont tout particulièrement consisté, d'une part, à généraliser le résultat d'intégrabilité qu'il venait d'obtenir à propos des conditions de Slutsky, d'autre part, à clarifier les équivalences qui se profilaient entre ces conditions et les axiomes fort et faible des préférences révélées. Dans *Preferences, Utility, and Demand*, le résultat de Samuelson est démontré sans qu'il soit nécessaire de supposer une demande inverse, et sous des conditions de régularité affaiblie – de type lipschitzien plutôt que C^1 (voir Hurwicz et Uzawa [1971], et Hurwicz [1971], qui réexpose les conclusions de cet article important). D'autres travaux, postérieurs à ceux-là, étendront la théorie au cas où la demande prend la forme d'une *correspondance* plutôt que d'une fonction ; alors, la fonction d'utilité qu'on doit rechercher n'est plus, comme

1. Le lecteur trouvera les détails nécessaires à cette comparaison chez Hurwicz ([1971], p. 191-193) et Chipman ([1982], p. 39-41).

précédemment, *strictement* quasi concave, mais seulement quasi concave ; les courbes d'indifférence peuvent présenter des parties linéaires.

Quant aux équivalences, elles se préciseront bientôt ainsi. Pour autant qu'on laisse de côté les hypothèses techniques, les résultats de Houthakker et Samuelson établissent ensemble que les conditions de Slutsky (ii) et (iii) sont équivalentes à l'axiome fort. Or l'axiome faible suffit à impliquer la condition (iii) – on le sait depuis 1938. Ne serait-il pas équivalent à (iii) ? La réponse informelle est qu'il en va *presque* ainsi. Techniquement parlant, la propriété équivalant à (iii) est un axiome « faible faible », qui s'écrit¹ :

$$p \cdot x > p \cdot x' \Rightarrow p' \cdot x > p' \cdot x'$$

Peut-on également mettre (ii) en relation avec un axiome des préférences révélées ? Une réponse approchée à cette question implique une condition sur les fonctions de demande que Ville formulait dès 1946. Intuitivement, celle-ci consiste à poser que, si un chemin dans l'espace des consommations est tel que chaque panier soit directement révélé préféré aux paniers suivants, alors ce chemin ne peut être fermé. Cette manière d'exclure les cycles de préférences révélées est apparemment très proche de l'axiome fort, dont elle constitue une brillante anticipation, ignorée de Houthakker. Mais Ville l'exprimait sous forme *différentielle* – en substance, donc, pour des paniers successifs qui sont infiniment proches l'un de l'autre dans le temps. Cette disparité de formulation explique la moindre force logique : la condition de Ville est équivalente seulement à une condition de symétrie (sur la matrice d'Antonelli)². À notre connaissance, il n'existe pas de formulation *discrète* dont on ait démontré l'équivalence avec une des conditions de symétrie disponibles dans la théorie.

Indépendamment des équivalences avec les conditions de Slutsky, la question se posait de savoir quelle était la relation logique véritable entre l'axiome faible et l'axiome fort. Il est remarquable que la plupart des lecteurs de Houthakker – et Samuelson tout le premier – s'en soient désintéressés. Manifestement, ils ont tenu pour définitif le verdict des apparences : l'axiome fort paraît strictement plus fort que l'axiome faible, donc il l'est ! Le choix des désignations pour les axiomes – chez Samuelson en 1950 – a d'ailleurs précédé les vérifications logiques. Houthakker ([1950], p. 162) fait allusion à un contre-exemple « numérique » qu'il ne donne pas. Celui qu'on trouve par la suite chez Houthakker ([1960], p. 62), et qui est d'ailleurs emprunté à Hicks [1956], ne convient pas. Il comporte seulement des valeurs numériques pour les prix, les revenus et les consommations dans trois positions successives, (p, I, x) , (p', I', x') et (p'', I'', x'') , alors qu'il fallait manifestement construire la totalité de la fonction de demande $X(p, I)$. On n'aura pas infirmé l'implication (WA) \Rightarrow (SA) aussi longtemps qu'on n'aura pas prouvé que la fonction de demande vérifiait (WA) *en tout point*. La confusion, énorme, jette un doute sur le contre-exemple supposé de Houthakker en 1950, lui aussi « numérique ». Elle en dit long sur les rapports singuliers des économistes, même les plus réputés, au raisonnement logico-mathématique. Après l'article de Houthakker, Arrow ([1959], p. 121) et Uzawa ([1960], p. 130)

1. Kihlstrom, Mas-Colell et Sonnenschein [1976] démontrent cette équivalence.
2. Hurwicz et Richter (1979) le démontrent en reprenant les indications de Ville.

furent apparemment isolés lorsqu'ils réclamaient un contre-exemple¹. Celui-ci sera finalement produit par Gale [1960] ; comme on aurait dû s'en douter, il est assez délicat à construire.

Même si Samuelson et Houthakker ne sont aucunement liés à ce développement, on ne peut clore un bilan de leur héritage sans mentionner les variantes *ensemblistes* de la théorie des préférences révélées. Elles remontent à Arrow [1959] et Richter [1966, 1971], qui auront de nombreux continuateurs, notamment en théorie du choix social, où ce formalisme acquit droit de cité. La théorie du consommateur impose une structure mathématique évidemment très forte aux ensembles de choix, puisqu'il s'agit de parties de \mathbb{R}_+^n , et plus précisément des droites budgétaires $p \cdot x = I$. On peut s'abstraire de ce cadre contraignant en remplaçant l'espace \mathbb{R}_+^n par un ensemble A quelconque, et la fonction de demande $X(p, I)$ par une « fonction de choix » $h(S)$ qui varie sur une classe prédéterminée de parties S de A , en vérifiant les conditions :

$$h(S) \subseteq S \quad \text{et} \quad h(S) \neq \emptyset$$

(On n'impose pas à $h(S)$ d'être un singleton : ce qu'on généralise est donc le cas de la correspondance plutôt que de la fonction de demande.)

Ce formalisme très simple peut néanmoins déboucher sur des résultats intéressants. Arrow [1959] montre par exemple que, si l'ensemble des parties S autorisées est celui de toutes les parties *finies* de A , l'axiome fort et l'axiome faible de la préférence révélée – reformulés dans ce cadre – deviennent équivalents. Richter [1966, 1971] refait la théorie de la préférence révélée pour des classes de parties S a priori quelconques. La question qu'il se pose est abstraitement semblable à celle de l'intégrabilité : étant donné une fonction de choix $h(S)$, à quelle condition provient-elle de la maximisation d'un préordre² ? La réponse est donnée par une condition dite de « congruence », qui se ramène à l'axiome fort dans le cas particulier où les $h(S)$ sont des singletons. L'ensemble de cette approche présente une difficulté qui nous semble avoir été souvent négligée : elle ne garantit normalement pas l'unicité de la relation de préférence engendrant³.

Lorsqu'on le reprend dans une perspective historique, comme nous l'avons fait ici, le sujet de l'intégrabilité des fonctions de demande soulève une question lancinante : pourquoi aura-t-il fallu tant de temps, et le détour complexe par la théorie des préférences révélées, pour que le résultat le plus naturel en matière d'intégrabilité – les conditions (i), (ii) et (iii) sont nécessaires et suffisantes – soit enfin énoncé ? Pourquoi le résultat presque équivalent qu'Antonelli avait formulé dès 1886 n'est-il pleinement connu et compris des économistes qu'au bout de soixante-quatre ans ? Deux hypothèses se présentent à l'esprit : l'incompétence mathématique des économistes, d'une part ; la nature particulière de leurs préoccupations, de l'autre. Cette étude aura certainement apporté des preuves

1. Uzawa ([1960], Theorem 4) réussit à énoncer une condition pour l'équivalence des deux axiomes qui implique la quantité r définie ci-dessus (section 2). Il ne put exclure que cette condition fût automatiquement vérifiée.

2. On dira que $h(\cdot)$ provient de la maximisation d'une relation binaire R si, pour tout S , et tout $x \in h(S)$, xRy , quel que soit $y \in S$.

3. Mas-Colell [1982] aborde la question de l'unicité ; mais voir la note 4 page 1135.

peu flatteuses en faveur de la première. On savait déjà que Pareto qui connaissait l'article d'Antonelli, en a manqué entièrement la signification, comme il a manqué celle de l'intégrabilité en général¹. Par la suite, Antonelli put sans doute échapper à l'attention des économistes – principalement anglo-saxons – qui poursuivaient l'œuvre de Pareto. Mais il semblera inimaginable que, parmi eux, les auteurs à prétention formalisante n'aient pas *immédiatement* fait le lien entre les différentes conditions de symétrie que la théorie du consommateur avait produites et les théorèmes classiques sur l'existence d'une fonction potentiel². Sans exclure l'hypothèse de l'incompétence, il y en a une autre à considérer, qui est à la fois plus profonde et complémentaire de celle-ci. *Les conditions de symétrie, et notamment (ii), n'étaient pas clairement pertinentes aux yeux des économistes*. En leur défaveur jouait le mélange de raisons dont, nous l'avons vu, Samuelson se faisait l'écho en 1938 à propos de l'intégrabilité en général. Il faudra l'axiome fort de la préférence révélée pour que l'intégrabilité et, par voie de conséquence, les conditions de symétrie se voient associer un répondant économique indiscutable. Tout se passe comme si les économistes avaient commencé à secouer leur paresse mathématique lorsqu'ils découvrirent, grâce à Houthakker, que les conditions de symétrie pouvaient être indirectement liées à une description pertinente des comportements. C'est alors que Samuelson, le premier, se préoccupa d'examiner en détail la suffisance logique des trois conditions de Slutsky. Une fois clairement posée, la question appelait une réponse rapide, puisqu'il suffisait de savoir lire Antonelli ou, à défaut, un bon traité d'équations différentielles. D'autres que Samuelson auraient été aussi bien placés, sinon mieux, pour conclure ; mais ils ne furent pas aussi rapides que lui, sans doute, à comprendre que l'article de Houthakker changeait les termes *sémantiques* du problème³.

Peut-on préciser en quoi l'axiome fort livre une interprétation économique convaincante alors qu'elle ferait défaut aux conditions de Slutsky, ou tout au moins à la condition (ii) ? La question n'a jamais été traitée systématiquement, les économistes estimant sans doute qu'elle appelait une réponse évidente⁴. Elle

1. Sur ce dernier point, voir l'énoncé initial de Pareto [1906a] et ses réponses embrouillées à Volterra [1906b et 1909]. Les insuffisances de Pareto ont souvent été commentées, de Granger [1955] à Chipman [1976].

2. Ou les théorèmes, liés à ceux-ci et non moins classiques, sur les formes différentielles exactes. Rappelons que la question posée par les conditions de symétrie ne se limitait pas à (ii). Dans l'entre-deux-guerres, non seulement Georgescu-Roegen [1936], déjà mentionné, mais Hicks et Allen [1934], Hotelling [1932] et Schultz [1933] avaient envisagé des conditions de symétrie particulières. Voir, pour plus de détails, Chipman et Lenfant [1999], à qui nous devons d'ailleurs ces deux dernières références.

3. On peut penser à Georgescu-Roegen, qui, en 1936, était allé assez loin dans la géométrie du cas non intégrable, et auquel Samuelson rend un hommage appuyé en 1950. On peut aussi penser à Allen et Schultz, dont la capacité mathématique n'était pas douteuse, et dont le désintérêt pour les conditions de symétrie proviendrait alors, on peut l'inférer, exclusivement de la sémantique. Tant Allen ([1932], p. 208) que Schultz ([1938], p. 57) font expressément état de l'analogie mathématique du potentiel, précisément pour la contester. On trouvera chez Chipman et Lenfant [1999] d'autres indications allant dans le même sens.

4. Chipman [1982, p. 40] affirme que « l'axiome fort procure une explication économique aux conditions de symétrie de Slutsky », et Mas-Colell ([1982], p. 79) estime

renvoie à la double nature, déjà indiquée, des axiomes de la préférence révélée. Ils ont un certain statut normatif, comme condition de cohérence des choix successifs, alors que la condition (ii) n'évoque rien de tel. La normativité des axiomes signifie aussi que, comme hypothèses empiriques, ils offriront une certaine résistance à la réfutation : antérieurement à un test en bonne et due forme, des conditions aussi « naturelles » inspirent confiance. Le fait qu'ils évitent la formulation différentielle intervient indirectement dans cet argumentaire : la contrainte exercée sur les choix individuels paraît d'autant plus facile à satisfaire qu'elle s'exprime par des comparaisons (certes elles-mêmes en nombre infini !) portant chaque fois sur un nombre fini de positions.

À propos de l'intégrabilité des fonctions de demande, on a pu soutenir la thèse suivante : la solution apportée à ce problème par l'économie néo-classique illustrerait le fait général qu'elle est sous la dépendance des modèles mathématiques venus de la physique du XIX^e siècle. L'utilité joue le rôle mathématique de la fonction potentiel en mécanique ou en thermodynamique classiques. L'analogie formelle des deux concepts ne serait pas adventice, mais heuristiquement fondamentale ; l'utilité ne serait qu'une analogie du potentiel des cours de physique ; et plus généralement, l'évolution entière de la théorie néo-classique s'expliquerait par un mimétisme forcé à l'égard de notions qui ont fait leurs preuves dans la discipline reine des sciences.

Cette thèse est l'une des plus ineptes parmi toutes celles que l'histoire de la pensée économique ait mises en circulation. En premier lieu, elle semble présumer que l'existence constatée d'une analogie suffit à établir qu'elle ait joué un rôle organisateur pour la théorie considérée, ce qui n'est évidemment pas le cas. En second lieu, pour ce qui est de la théorie néo-classique, elle exagère le rôle joué par le concept d'utilité par rapport à celui du concept d'équilibre ; or celui-ci obéit à une phénoménologie délicate, dans laquelle les analogies physiques interviennent, mais à titre non exclusif¹. En second lieu, concernant l'utilité elle-même, la présente étude apporte un argument très clair contre l'importance prêtée à l'analogie physique du potentiel : depuis la fin du XIX^e siècle, les économistes avaient à leur portée une solution du problème de l'intégrabilité qui aurait manifesté l'analogie de façon éclatante ; cette solution même avait été proposée par un *outsider* astucieux, Antonelli. Pourquoi ont-ils alors tellement tardé à atteindre un objectif auxquels, dit-on, ils aspiraient depuis le début ? Pour rendre compte du déroulement confus des événements, la thèse du mimétisme physique doit se faire psychanalytique : on n'accepte pas volontiers ce à quoi on tient le plus ; l'analogie ne pouvait pénétrer l'économie que si, en même temps, elle restait inaperçue. Plutôt que cette plongée dans la psychologie des profonds, nous proposons une interprétation fondée sur deux facteurs mutuellement renforçants : une relative incompétence dans le domaine des mathématiques différentielles classiques (celles, précisément, qu'un amoureux de la physique ne pouvait pas ne pas chercher à connaître) ; et surtout, un relatif désintérêt pour

qu'« au point de vue économique, il est assez opaque d'imposer la symétrie comme axiome primitif ».

1. On lira là-dessus les pages toujours éclairantes de Granger [1955]. Elles font déjà comprendre que l'analogie physique de l'équilibre n'est qu'un aspect de la question. Le développement ultérieur de nombreux concepts d'équilibre d'anticipations ou de représentations conduit nécessairement à relativiser encore l'analogie.

les conditions garantissant l'existence d'une fonction d'utilité, aussi longtemps que ces conditions n'apparaissent pas comme interprétables relativement au comportement économique. Le dénouement retardé de la question de l'intégrabilité illustre la forte spécificité des heuristiques économiques. Il témoigne de la force de résistance qu'elles sont en mesure d'opposer aux emprunts interdisciplinaires aussi bien qu'à l'efficacité supposée des analogies.

FIN DES PRÉFÉRENCES RÉVÉLÉES OU DÉBUT DE LA THÉORIE DU CONSOMMATEUR ?

Les manuels de microéconomie postérieurs à *Preferences, Utility, and Demand* omettent parfois purement et simplement la théorie des préférences révélées. Ceux qui la mentionnent ne lui accordent pas une grande importance et ne cherchent pas à en clarifier complètement le rôle¹. Il est entendu que les recherches lancées par Samuelson sont parvenues à leur terme – sans qu'on explique pour autant si la théorie de l'utilité ordinaire a rendu inutile celle des préférences révélées, ou l'a intégrée en y trouvant elle-même son avantage. On retrouve ici, sous un autre angle, la question même que les commentateurs ont posée à propos de Samuelson. Après avoir examiné les relations réciproques des deux théories dans la phase de formation, nous tenterons maintenant d'indiquer sommairement comment elles se présentent dans la théorie achevée. Les deux impressions premières seront confirmées par l'analyse : d'un certain côté, la théorie de l'utilité rend superflue celle des préférences révélées ; mais, d'un autre côté, elle en a bénéficié, et peut encore en bénéficier, de manière très substantielle. Nous montrerons qu'il n'y a rien de contradictoire, pour le théoricien d'aujourd'hui, à tenir simultanément ces deux points de vue.

Le paradoxe apparent se dissoudra grâce à un bref détour philosophique. On sait que, sous l'influence du positivisme logique, les philosophes des sciences ont souvent discuté le rôle que jouent, dans les théories physiques notamment, les deux classes de termes qu'ils nomment « observables » et « théoriques »². Certains auteurs, qui puisaient leur inspiration au positivisme le plus radical, ont pu recommander que les scientifiques s'efforcent de formuler leurs théories en faisant référence à des observables seulement. On rencontre cette position éliminationniste dans les écrits des positivistes logiques entre les deux guerres. Il est courant de l'attribuer aussi à Bridgman [1927] et à son école, l'opérationnalisme, qui se constitua dans la même période. Le rapprochement de *l'école* opérationnaliste et de *la position* éliminationniste n'est pas injustifié pour autant qu'on saisisse bien que celle-ci n'épuise pas les thèses assez particulières de celle-là³. Pour se limiter ici à l'éliminationnisme, les philosophes des sciences

1. Par exemple, le manuel de Mas-Colell, Whinston et Green [1995] déjà discuté.

2. Nous passons sur le fait que cette terminologie traditionnelle apparaît aujourd'hui comme inappropriée. Comme on l'a souligné à juste titre, ce sont les *entités*, et non les *termes*, qui sont observables, de sorte que l'opposition serait boîteuse.

3. Littéralement, l'opérationnalisme recommandait d'interpréter les concepts en les rapportant à des opérations physiques ou mentales, ce qui tire dans une direction autre

considèrent presque universellement, aujourd'hui, qu'il est indéfendable. D'une part, il est souvent impossible de se passer de termes théoriques pour articuler les lois du domaine considéré. Soit par exemple la mécanique newtonienne : en l'absence du terme « masse » – réputé non observable –, on ne voit pas comment rassembler l'ensemble de ses lois en un ensemble compact de propositions premières. *L'axiomatisation d'une théorie scientifique passe typiquement par l'emploi de termes théoriques.* D'autre part, même si la difficulté précédente était surmontable, c'est-à-dire qu'on parvienne à axiomatiser la théorie considérée en termes d'observables seulement, on pourrait douter que cette axiomatisation doive être préférée à une autre impliquant des termes théoriques. Car ceux-ci ont un pouvoir *explicatif, heuristique et unifiant* dont ceux-là sont dénués. Ils marquent, par leur présence, la distinction traditionnelle entre les lois au sens véritable, qui expliquent, et les simples régularités phénoménales, qui appellent une explication. Par ailleurs, le fait que les termes théoriques soient liés à l'observation de façon seulement indirecte, et donc sous-déterminés par elle, leur confère une souplesse d'emploi supérieure. On peut espérer transposer des propositions théoriques d'un domaine d'observation à un autre : cette méthode joue un rôle important dans la découverte scientifique ; une fois les résultats obtenus pour différents domaines, elle en facilite l'unification. En résumé, l'élimination des termes théoriques est souvent une impossibilité pure et simple ; et quand ce n'est pas le cas, elle n'est pas nécessairement souhaitable, car il vaut mieux, alors, s'en tenir à la constatation de l'éliminabilité que de passer à l'acte¹.

Ces considérations classiques jettent une certaine lumière sur le rôle exact des préférences révélées dans la théorie du consommateur. Admettons, avec l'ensemble des économistes, que les trois propriétés (i), (ii) et (iii) de Slutsky jouent le rôle des régularités phénoménologiques à expliquer. Depuis Samuelson et Houthakker, ils disposent de deux groupes bien distincts de principes à vocation explicative. L'un, qui correspond à la théorie de l'utilité ordinaire, comporte, sans surprise, des termes théoriques, ou réputés tels – celui, justement, de « fonction d'utilité ordinaire » et son corrélat, le terme « préférence ». L'autre groupe correspond aux axiomes de la préférence révélée et repose exclusivement sur des propriétés observables, puisque la fonction de demande est considérée comme telle. La théorie tombe alors sous le cas que la philosophie des sciences ne considère pas comme le plus courant, mais n'exclut pas pour autant, celui où l'élimination est au moins *logiquement possible*. Il faut alors invoquer l'argument ultérieur : l'élimination n'est pas *souhaitable*.

Telle semble être précisément la position caractéristique des micro-économistes contemporains : en signalant dans leurs manuels les axiomes de la préférence révélée sans fonder pour autant sur eux l'exposé de la théorie du consommateur, ils s'en tiennent à la leçon ordinaire de la philosophie des sciences

que celle de l'observabilité généralisée. Nous avons discuté ailleurs – pour la récuser – la thèse fameuse d'après laquelle Samuelson serait marqué par l'opérationnalisme (Mongin [2000]).

1. Ces considérations sont apparues notamment chez Nagel [1961] et Hempel [1965] avant de devenir banales en philosophie des sciences, puis, récemment, d'être rejetées dans l'ombre. Mongin [1988] en a discuté l'application aux théories économiques en faisant le lien avec les thèses méthodologiques de Friedman et Machlup.

ces. Sans parler nécessairement ce langage, ils sentent bien les possibilités explicatives, heuristiques et unifiantes qu'offrent les axiomatisations « théoriques » par rapport aux autres. L'argumentaire est facile à reprendre dans le cas d'espèce. En effet, la notion de préférence peut servir à articuler une *explication*, en un sens fort, du comportement de demande, alors que la fonction de demande, en elle-même, décrit sans expliquer. Les concepts de préférence et d'utilité ordinale facilitent sans doute l'étude de la demande agrégée, qui constitue l'étape immédiatement ultérieure de la théorie du consommateur. Ces deux notions se relient, pour le coup très directement et facilement, à celles qui interviennent en théorie des choix incertains ou risqués : de cette manière, leur pouvoir *heuristique* et *unifiant* est simultanément établi. Certes, il n'est pas logiquement impossible d'adapter la théorie des préférences révélées aux choix collectifs, d'une part, et aux choix incertains ou risqués, de l'autre ; ce sont même là des projets conceptuellement intéressants. Mais on peut douter que les relations entre théorie modifiée et théorie initiale qui s'énonceraient dans ce langage puissent être aussi transparentes que les relations exprimables à l'aide des notions ordinaires de préférence et d'utilité.

Une chose est d'affirmer, comme nous venons de le faire, que la formulation privilégiée d'une théorie et son usage dans l'explication impliquent d'employer des termes théoriques ; une autre serait de bannir de la cité scientifique les présentations en termes d'observables seulement, dans les cas où elles sont disponibles, et, plus généralement, d'en déconseiller la recherche. On peut vouloir isoler le contenu observable d'une théorie donnée non pour la présenter différemment, encore moins pour l'établir sur un fondement nouveau, mais *afin d'en circonscrire le test*. Si l'on doit tester des propositions théoriques, il faut, par définition, en identifier certaines implications qui ne fassent référence qu'à des observables. À supposer qu'elle soit logiquement possible, une reformulation à partir d'observables seulement va plus loin, puisqu'elle identifie des implications testables qui se trouvent être *non seulement nécessaires mais suffisantes* pour les propositions théoriques dont on est parti. Pourquoi, demanderait-on, renverse-t-on ainsi la direction scientifiquement pertinente de l'implication logique ? C'est qu'on vise à délimiter l'ensemble, à première vue indéfini, des tests à effectuer. En montrant qu'une liste limitative de conditions observables est équivalente aux propositions premières, on s'évitera la peine de tester la théorie au-delà de ces conditions. Certes, la reformulation ne servirait à rien s'il était déjà acquis que la théorie comportait des implications réfutées. Pour lui donner un sens, il faut donc se placer ou bien avant les premiers tests, ou bien après coup, en supposant alors que ceux-ci ne l'infirmant pas manifestement.

En 1950-1970, la théorie du consommateur était bien entendu dans le premier cas. Aujourd'hui, certains de ses praticiens au moins pensent qu'elle pourrait se trouver dans le second¹. Les micro-économistes semblent avoir partiellement retrouvé et appliqué les considérations du paragraphe précédent. Une fois clarifiées les dernières équivalences logiques, certains spécialistes de la théorie du

1. Voir Chiappori [1990]. Selon Deaton et Muellbauer ([1980], p. 80), les conclusions négatives que l'on peut dériver des travaux empiriques tiennent peut-être à la multiplication, dans ces travaux, d'hypothèses simplificatrices dénuées de toute espèce de statut théorique.

consommateur ont continué à s'occuper de préférences révélées. Ils l'ont fait, à notre connaissance, exclusivement pour soumettre cette théorie au test. On doit à Afriat [1967] l'énoncé de variantes particulières de l'axiome fort qui soient conceptuellement adaptées à une réfutation possible. D'autres économistes ont donné une suite concrète à cette démarche encore théorique¹. Ils ont souligné qu'un test direct des conditions de Slutsky posait un problème délicat d'identification économétrique : la forme même de ces conditions impose, lorsqu'on veut les comparer aux données, de postuler une forme fonctionnelle (au moins générale) pour les fonctions de demande ou d'utilité. En revanche, le test de l'axiome fort ou de ses variantes échappe à cette restriction : par nature, il est « non paramétrique »². Sans doute ces considérations économétriques sont-elles à la fois plus et moins déterminées que ne l'était la discussion précédente. D'un côté, l'économètre se préoccupe particulièrement du fait que la fonction de demande ne soit pas donnée en tant que telle, mais seulement en un nombre fini de points, et telle était d'ailleurs la motivation du travail original d'Afriat. Nous avons précédemment omis cette difficulté essentielle, en traitant comme « observable » l'ensemble de la fonction de demande, ce qui était le point de vue ordinaire des micro-économistes avant la guerre. D'un autre côté, les travaux récents recourent à la théorie des préférences révélées plutôt parce qu'elle fournit un test commode que parce qu'elle servirait à délimiter l'ensemble des tests auxquels procéder. Ces réserves faites, l'écart des préoccupations n'est pas tel qu'on ne puisse pas voir dans l'orientation dominante aujourd'hui, en matière de préférences révélées, une forme d'empirisme bien compris. La philosophie implicite de la discipline est très éloignée de l'éliminonisme auquel la méthodologie économique a prétendu réduire le travail de Samuelson et ses successeurs.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- AFRIAT S.N. [1967], « The Construction of Utility Functions from Expenditure Data », *International Economic Review*, 8, p. 67-77.
- ALLEN R.G.D. [1932], « The Foundations of a Mathematical Theory of Exchange », *Economica*, 12, p. 197-226.
- ANTONELLI G.B. [1886], *Sulla teoria matematica della economia politica*, Pise, Tipographia del Folchetto. Reproduit dans *Giornale degli economisti e annali di economia*, Nuova Serie, 1951, 10, p. 233-263. Trad. anglaise dans J.S. CHIPMAN et al. (ed.), chap. 16, p. 333-360.

1. Varian [1983] poursuit la démarche d'Afriat. On peut suivre certains développements ultérieurs dans la synthèse de Chiappori [1990].

2. À côté d'Afriat, Houthakker semble avoir été l'un des premiers à concevoir des tests pour la théorie de la préférence révélée ; voir ses remarques sur la « nature non-paramétrique » de l'axiome faible ([1982], p. 60).

- ARROW K.J. [1959], « Rational Choice Functions and Orderings », *Economica*, 26, p. 121-127.
- BRIDGMAN P. [1927], *The Logic of Modern Physics*, New York, Mcmillan.
- CASSEL G. [1918], *Theoretische Sozialökonomie*, Leipzig, Scholl. Trad. anglaise, *The Theory of Social Economy*, Londres, Unwin, 1923.
- CHIAPPORI P.A. [1990], « La théorie du consommateur est-elle réfutable ? », *Revue économique*, 41, p. 1001-1026.
- CHIPMAN J.S. [1976], « The Paretian Heritage », *Cahiers Vilfredo Pareto. Revue européenne des sciences sociales*, 14, p. 65-171.
- CHIPMAN J.S. [1982], « Samuelson and Consumption Theory », dans FEIWEL G.R. (ed.), *Samuelson and Neo-Classical Economics*, Boston, Kluwer, 1982, ch. 2, p. 31-71.
- CHIPMAN J.S., HURWICZ L., RICHTER M.K., et SONNENSCHNEIN H.F. (eds), *Preferences, Utility and Demand*, New York, Harcourt Brace Jovanovich.
- CHIPMAN J.S. et LENFANT J.S. [1999], « Slutsky's 1915 Article : How It Came to be Found and Interpreted », à paraître dans *History of Political Economy*.
- DEATON A. et MUELLBAUER J. [1980], *Economics and Consumer Behavior*, New York, Cambridge University Press.
- DEBREU G. [1954], « Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function », dans THRALL R.M., COOMBS C.H. et DAVIS R.L. (eds), *Decision Processes*, New York, John Wiley, p. 159-165.
- GALE D. [1960], « A Note on Revealed Preference », *Economica*, 27, p. 348-354.
- GEORGESCU-ROEGEN, N. [1936], « The Pure Theory of Consumer's Behaviour », *Quarterly Journal of Economics*, 50, p. 545-593. Repris dans *Analytical Economics. Issues and Problems*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press, p. 133-170.
- GRANGER G. [1955], *Méthodologie économique*, Paris, Presses Universitaires de France.
- HEMPEL C. [1965], *Aspects of Scientific Explanation*, New York, The Free Press.
- HICKS J.R. [1939], *Value and Capital*, Oxford, Oxford University Press.
- HICKS J.R. [1956], *A Revision of Demand Theory*, Londres, Oxford University Press.
- HICKS J.R. et ALLEN R.G.D. [1934], « A Reconsideration of the Theory of Value, I, II », *Economica*, 14, p. 52-76 et 196-219.
- HOTELLING H. [1932], « Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Functions », *Journal of Political Economy*, 40, p. 577-616.
- HOUTHAKKER H.S. [1950], « Revealed Preference and the Utility Function », *Economica*, 17, p. 159-174.
- HOUTHAKKER H.S. [1983], « On Consumption Theory », dans BROWN E.C. et SOLOW R.M. (eds), *Samuelson and Modern Economic Theory*, New York, McGraw Hill, p. 57-68.
- HURWICZ L. [1971], « On the Problem of Integrability of Demand Functions », dans CHIPMAN J.S. et al. (eds), chap. 9, p. 174-214.
- HURWICZ L. et RICHTER M.K. [1979], « Ville Axioms and Consumer Theory », *Econometrica*, 47, p. 603-619.
- HURWICZ L. et UZAWA H. [1971], « On the Integrability of Demand Functions », dans CHIPMAN J.S. et al. (eds), chap. 6, p. 114-148.
- KIHLSTROM R., MAS-COLELL A. et SONNENSCHNEIN H. [1976], « The Demand Theory of the Weak Axiom of Revealed Preference », *Econometrica*, 44, p. 971-978.
- LITTLE I.M.D. [1949], « A Reformulation of the Theory of Consumer's Behaviour », *Oxford Economic Papers*, 1, p. 90-99.
- MAS-COLELL A. [1982], « Revealed Preference After Samuelson », dans FEIWEL G.R. (ed.), *Samuelson and Neoclassical Economics*, Boston, Kluwer, chap. 3, p. 72-82.

- MAS-COLELL A., WHINSTON M.D. et GREEN J. [1995], *Microeconomic Theory*, Oxford, Oxford University Press.
- MONGIN P. [1988], « Le réalisme des hypothèses et la *Partial Interpretation View* », *Philosophy of the Social Sciences*, 18, p. 281-325.
- MONGIN P. [1999], « L'axiomatisation et les théories économiques », *Document de travail* du THEMA 99-45, CNRS et Université de Cergy-Pontoise.
- MONGIN P. [2000], « La méthodologie économique au XX^e siècle. Les controverses en théorie de l'entreprise et la théorie des préférences révélées », dans BÉRAUD A. et FACCARELLO G. (eds), *Nouvelle histoire de la pensée économique*, 3, Paris, La Découverte, chap. 36, p. 340-379.
- NAGEL E. [1961], *The Structure of Science*, Londres, Routledge.
- NEWMAN, P. [1960], « Complete Ordering and Revealed Preference », *Review of Economic Studies*, 27, p. 65-77.
- PARETO V. [1906a], *Manuale di economia politica*, Milan, Società Editrice Libreria.
- PARETO V. [1906b], « L'ofelimità nei cicli non chiusi », *Giornale degli economisti*, 33, p. 15-30. Trad. anglaise dans CHIPMAN J.C. et al. (eds), chap. 18, p. 370-385.
- PARETO V. [1909], *Manuel d'économie politique*, Paris, Giard et Brière. Tome VII des *Œuvres complètes*, Genève, Droz, 1966.
- RICHTER M.K. [1966], « Revealed Preference Theory », *Econometrica*, 34, p. 635-645.
- RICHTER M.K. [1971], « Rational Choice », dans CHIPMAN J.S. et al. (eds), chap. 2, p. 29-57.
- SAMUELSON P.A. [1938a], « A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour », *Economica*, 5, p. 61-71. « An Addendum », *ibid.*, p. 353-354.
- SAMUELSON P.A. [1938b], « The Empirical Implications of Utility Analysis », *Econometrica*, 6, p. 344-356.
- SAMUELSON P.A. [1947], *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press.
- SAMUELSON P.A. [1948], « Consumption Theory in Terms of Revealed Preference », *Economica*, 15, p. 242-253.
- SAMUELSON P.A. [1950], « The Problem of Integrability in Utility Theory », *Economica*, 17, p. 355-385.
- SAMUELSON P.A. [1953], « Consumption Theorems in Terms of Overcompensation rather than Indifference Comparisons », *Economica*, 20, p. 1-9.
- SAMUELSON P.A. [1963], « Problems of Methodology : Discussion », *American Economic Review*, 53, *Papers and Proceedings*, p. 231-236.
- SCHMIDT C. [1985], *La sémantique économique en question*, Paris, Calmann-Lévy.
- SCHULTZ H. [1933], « Interrelations of Demand », *Journal of Political Economy*, 41, p. 468-512.
- SCHULTZ H. [1938], *The Theory and Measurement of Demand*, Chicago, Chicago University Press.
- SLUTSKY E. [1915], « Sulla teoria del bilancio del consumatore », *Giornale degli economisti e rivista di statistica*, 51, p. 1-26. Trad. anglaise dans STIGLER G.J. et BOLDING K.E. (eds), *Readings in Price Theory*, Homewood (Ill.), Irwin, 1952, chap. 2, p. 27-56.
- STIGUM B. [1973], « Revealed Preference – A Proof of Houthakker's Theorem », *Econometrica*, 41, p. 411-423.
- UZAWA H. [1960], « Preference and Rational Choice in the Theory of Consumption », dans ARROW K.J., KARLIN S. et SUPPES P. (eds), *Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959. Proceedings of the First Stanford Symposium*, chap. 9, p. 129-148.

- UZAWA H. [1971], « Preference and Rational Choice in the Theory of Consumption », dans CHIPMAN J.S. et al. (eds), chap. 1, p. 7-28.
- VARIAN H. [1983], « Non-Parametric Tests of Consumer Behaviour », *Review of Economic Studies*, 50, p. 99-110.
- VILLE J. [1946], « Sur les conditions d'existence d'une ophélimité totale et d'un indice du niveau des prix », *Annales de l'Université de Lyon*, 9, Section A(3), p. 32-39. Trad. anglaise dans *Review of Economic Studies*, 1951-1952, 19, p. 123-128.
- VOLTERRA, V. [1906], « L'economia matematica ed il nuovo manuale del prof. Pareto », *Giornale degli economisti*, 32, p. 296-301. Trad. anglaise dans CHIPMAN J.S. et al. (eds), chap. 17, p. 365-369.
- WONG S. [1978], *The Foundations of Paul Samuelson's Revealed Preference Theory*, Londres, Routledge & Kegan Paul.