

Le désastre de Waterloo expliqué par la théorie des jeux

Les mathématiques du choix rationnel peuvent parfois être au service des historiens et des stratèges. C'est ce que montre la réinterprétation, par la théorie des jeux, de la bataille de Waterloo. Le concept d'équilibre de von Neumann et Morgenstern est illustré sur cet exemple historique.

→ **Philippe Mongin** est directeur de recherche de classe exceptionnelle au CNRS. Depuis 2006, il est professeur affilié d'économie et de philosophie à HEC et membre du Conseil d'analyse économique auprès du Premier Ministre. Ancien élève de l'École normale supérieure, il a d'abord été dirigé par Raymond Aron, puis s'est tourné vers les théories économiques mathématisées, et particulièrement celles des choix rationnels.

Comment Napoléon a-t-il pu perdre la bataille de Waterloo contre Wellington ? Comment le plus grand capitaine de son temps s'est-il laissé entraîner à combattre dans de mauvaises conditions et, finalement, défaire, par un rival, qui, même s'il était un tacticien de première force, n'atteignait pas, il s'en faut, son génie de stratège ? Le désastre de Waterloo causa tant de stupeur qu'une avalanche d'œuvres diverses lui fit bientôt suite pour l'expliquer, l'interpréter, l'amplifier. Dans ce pêle-mêle, on trouve des témoignages d'acteurs engagés, à commencer par celui de Napoléon dans le *Mémorial de Sainte-Hélène* ; des études savantes par les militaires, l'une des premières étant celle de Clausewitz, *la Campagne de 1815 en France* ; des récits ordinaires d'historiens ; de livres fantaisies d'écrivains ; des caricatures et d'autres produits curieux des arts plastiques. La réinterprétation de Waterloo, c'est la bataille après la bataille. Elle perdure aujourd'hui avec une production annuelle d'une bonne dizaine d'ouvrages historiques ou littéraires en français, anglais ou allemand (les trois langues principales des armées le 18 juin 1815). Les mathématiques

manquaient au corpus, et nous risquons une modélisation élémentaire de la stratégie retenue par Napoléon lors de la fatidique campagne. L'outil analytique en est la théorie des jeux et, plus précisément, celle des jeux à deux joueurs et somme nulle, que von Neumann et Morgenstern avaient mis en exergue dans leur ouvrage célèbre.

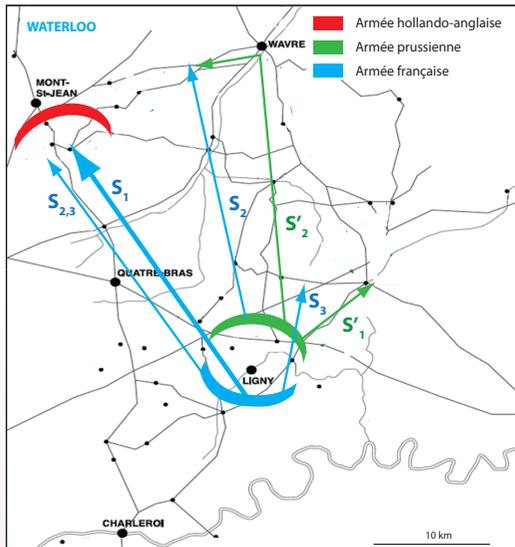
+ Le jeu de Napoléon et Blücher

Le jeu vise à décrire la situation militaire au 17 juin 1815, c'est-à-dire pendant la journée sans combats qui sépare la victoire de Napoléon sur Blücher à Ligny le 16 juin, et sa défaite contre Wellington à Waterloo le 18 juin. Les deux joueurs sont Napoléon et Blücher ; l'un campe sur le terrain de sa victoire à Ligny et se demande comment l'exploiter au mieux, l'autre est contraint à la retraite et se demande comment l'organiser au mieux. Il n'y a pas d'inconvénient à ignorer Wellington, parce que, le 17 juin, il s'installait en position défensive à Waterloo sans se préoccuper des deux protagonistes et à bonne distance d'eux. La disposition des Anglo-Hollandais peut ainsi jouer le rôle d'un paramètre dans les décisions des deux protagonistes, qui, en revanche, sont stratégiquement dépendantes. Du côté de Napoléon, l'incertitude ne porte pas seulement sur la décision de Blücher, mais sur l'état d'affaiblissement relatif des troupes prussiennes au soir de leur défaite, alors que, du côté de Blücher, elle ne porte que sur la décision de Napoléon. En langage technique, le jeu est à *information incomplète et asymétrique*. On le suppose par ailleurs à *somme nulle*, ce qui veut dire que les paiements associés aux décisions prises par Napoléon et Blücher ont des valeurs algébriques opposées. Il suffit donc de considérer un seul joueur, qui, conventionnellement, sera Napoléon. L'hypothèse de somme nulle est facile à défendre, car il s'agit d'un conflit militaire sans merci, comme l'était celui du Français et du Prussien lors de cette campagne.

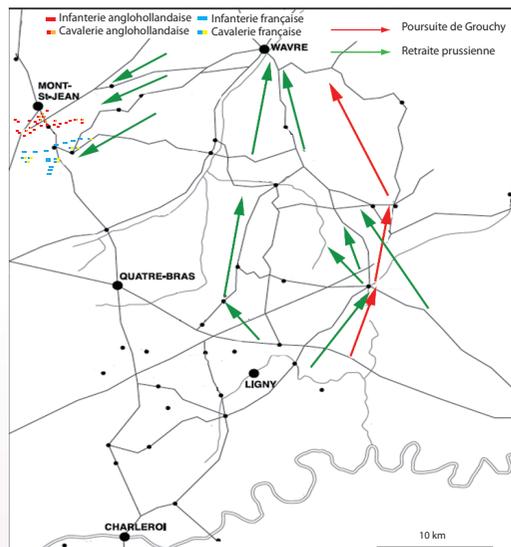
“ La théorie des jeux et, plus généralement, celle des choix rationnels, a sa place dans les études historiques. ”



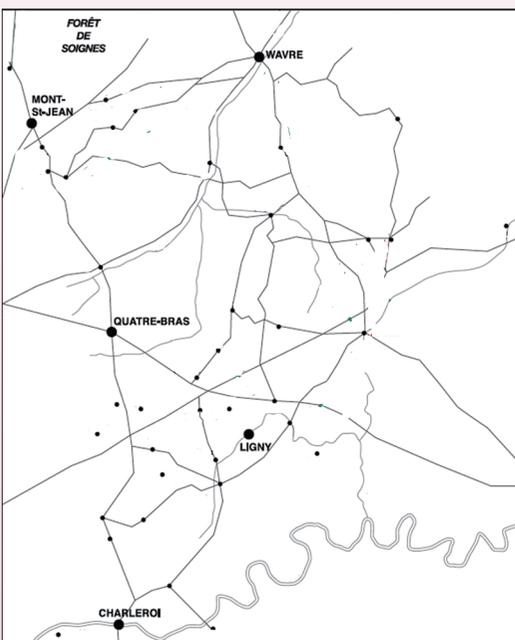
La bataille de Waterloo, de Clément-Auguste Andrieux (1829-1880).



Les actions possibles, S1, S2, S3, de Napoléon après la victoire de Ligny du 16 juin 1815.



La bataille de Waterloo le 18 juin 1815 : l'armée prussienne revient dans la bataille alors que Grouchy aurait dû l'arrêter.



Le théâtre des opérations.

Le jeu offre trois actions possibles à Napoléon pour qu'il exploite sa victoire :

- S1 : marcher sur les Anglo-Hollandais avec son armée tout entière ;
- S2 : marcher avec la seule aile gauche, en envoyant l'aile droite s'interposer entre les Prussiens et les Anglo-Hollandais, de manière à éviter leur jonction ;
- S3 : marcher avec la seule aile gauche, en détachant cette même aile droite, mais cette fois avec l'objectif de poursuivre les Prussiens et de parachever ainsi la victoire de Ligny.

Pour sa part, Blücher dispose de deux actions possibles pour organiser sa retraite :

- S'1 : marcher vers l'Est (Namur) et rejoindre l'Allemagne ;

S'2 : marcher vers le Nord (Wavre) et rechercher le contact avec les Anglo-Hollandais.

Le jeu comporte d'assez nombreux paramètres algébriques : ils représentent, d'une part, les valeurs des engagements concevables (une bataille à trois armées, des batailles distinctes franco-anglaise et franco-prussienne) suivant qu'ils sont gagnés ou perdus par Napoléon, et d'autre part les probabilités que Napoléon pouvait attribuer à chacun de ces dénouements, ainsi qu'à l'incertitude fondamentale (l'état d'affaiblissement de Blücher). Sous des hypothèses peu contraignantes imposées aux différents paramètres, le jeu a un équilibre unique (un point selle) au sens préconisé par von Neumann et Morgenstern pour les jeux à deux joueurs et à somme nulle. Compte tenu de l'état effectivement réalisé (Blücher n'était pas gravement affaibli), l'équilibre se ramène aux deux actions S2 et S'2. À la manière de von Neumann et Morgenstern, on peut considérer qu'elles indiquent ce qu'il était rationnel de faire pour chaque joueur. Ainsi, Blücher fit bien de marcher vers le Nord en recherchant le contact avec Wellington, et Napoléon fit bien de séparer son armée, mais, c'est la précision qui compte, il devait le faire dans un but d'interposition, et non pas de poursuite.

+ L'enseignement de la théorie des jeux

La reconstruction n'aurait pas d'intérêt si elle ne s'articulait pas sur une difficulté antérieure de la recherche historique. Le 17 juin, Napoléon prit en effet la décision de séparer son aile droite, menée par Grouchy, et de l'envoyer contre les Prussiens en pleine retraite ; lui-même irait donc avec la seule aile gauche vers les Anglo-Hollandais installés à Waterloo. Mais on ne connaît pas avec certitude ses instructions à Grouchy : l'entrevue des deux hommes, au matin du 17, n'eut ni témoin, ni procès-verbal, et par la suite, elle est présentée différemment chez l'un (dans le *Mémorial*) et chez l'autre (dans ses *Mémoires* parus à titre posthume). Deux interprétations s'opposent alors : celle de Napoléon, généralement reprise par l'école française d'histoire militaire, voulant que Grouchy eût à empêcher Blücher de rejoindre Wellington (ce qui lui imposait de marcher vers le nord-ouest dès que possible), et celle de Clausewitz, reprise par l'école prussienne, d'après laquelle Grouchy devait seulement pourchasser les Prussiens (ce qui rendait sa direction dépendante de la leur). L'analyse proposée schématise les deux objectifs comme l'*interposition* (S2) et la *poursuite* (S3), respectivement, et elle tente d'arbitrer à partir du



« Il dit : "Grouchy !" [à gauche], c'était Blücher [à droite]. »

concept d'équilibre de von Neumann et Morgenstern. Puisqu'on peut supposer que Napoléon était un acteur rationnel, il découle qu'il a dû enjoinde à Grouchy S2, et non pas S3. Le jeu permettrait donc d'*extrapoler* une information qui n'était pas disponible aux historiens.

En l'occurrence, le jeu est favorable à la thèse française contre la thèse prussienne, mais l'orgueil national n'est pas entièrement comblé, car il subsiste la difficulté de comprendre Grouchy. Pendant l'après-midi du 17 et toute la journée du 18, il remplit exclusivement l'objectif de poursuite, au point d'ailleurs de remporter une futile victoire contre un corps prussien laissé en arrière-garde à Wavre. Pendant ce temps, trois autres corps progressaient vers le champ de bataille de Waterloo, et le premier arrivé, vers 15h30, percuta l'aile droite française en faisant basculer le sort des armes qui était resté jusqu'alors indécis... Grouchy n'aurait-il pas compris les ordres, qui, suivant la manière de l'époque, lui auraient été donnés obscurément ? Ou bien aurait-il fait preuve de mauvaise volonté en s'en tenant au plus facile, qui était de se mettre à la traîne de l'adversaire ? Plusieurs indications donnent à penser qu'il ne s'est pas comporté rationnellement, mais la théorie des jeux, qui est précisément une branche de la théorie des choix rationnels, ne s'accommode pas volontiers de ce genre d'explication. Pour lui être entièrement fidèle, il faudrait perfectionner le jeu et y représenter le rôle autonome de Grouchy. Intervenant comme joueur en sus de Napoléon, il en serait le délégué plus ou moins fidèle, et Napoléon devrait tenir compte de sa décision tout autant que de celle de Blücher. Un jeu limité aux deux chefs d'armées n'est donc qu'une première approximation, en partie justifiée par la facilité du traitement analytique.

+ Théorie du modèle comme caricature

D'après certains philosophes de l'histoire (Raymond Aron par exemple), il ne faudrait pas attendre de la reconstruction rationnelle qu'elle soit jamais satisfaisante. Assurément, l'histoire est faite de bruit et de fureur, mais – si l'on ose continuer la parodie de Shakespeare et de Faulkner – ce n'est pas toujours, et ce n'est pas même souvent, un idiot qui la raconte. Il est d'autant plus naturel de réarranger les grands événements, comme Waterloo, que, avant les historiens, les acteurs eux-mêmes s'y efforcent : dans le *Mémorial*, Napoléon veut donner forme et sens à ce qui lui parut d'abord incompréhensible ; et son adversaire privilégié, Clausewitz, fait de même dans *la Campagne* (le stratège prussien participa lui-même aux événements de Ligny).

Dans ces conditions, pourquoi se priverait-on du secours des mathématiques si elles parviennent à suppléer quelquefois le langage ordinaire, qui est l'idiome exclusif des acteurs et des historiens ? Devant l'objection des sceptiques, comme Aron, il vaut mieux que l'auteur du modèle reconnaisse n'avoir produit qu'une caricature de la situation et qu'il se défende précisément par les avantages de ce genre artistique singulier. La caricature est un révélateur de ce que nous percevions ou comprendrions moins bien si nous nous arrêtons à la simple description des faits ou si nous prétendions obtenir l'explication totale.

Prise avec l'ironie convenable, la théorie des jeux et, plus généralement, celle des choix rationnels, ont leur place dans les études historiques. La spécialité militaire leur offre des applications d'autant plus naturelles que les acteurs et les historiens emploient des concepts proches de ceux de la théorie : stratégie et tactique ; plan de campagne, gains et pertes ; information, décision, exécution... Et pourtant, la modeste analyse résumée ici est l'une des rares qui aient été produites en cette matière. Si la Guerre froide s'est prêtée à l'usage de la théorie des jeux, pour que les idées obscures de dissuasion nucléaire et d'équilibre de la terreur soient éclaircies et mieux fondées, la « guerre chaude » est demeurée à l'écart du mouvement. Dans les écoles de guerre et, d'ailleurs aussi, les écoles de commerce, où la métaphore militaire a volontiers cours, on diffuse des traités de stratégie qui sont d'épaisses compilations de récits et de recettes imparfaitement unifiés par le bon sens. Loin d'être confinées à la vie économique et financière, les mathématiques du choix rationnel voient s'ouvrir devant elles une vaste carrière d'applications inédites.

□— P.M.

RÉFÉRENCES

- *Theory of Games and Economic Behavior*. John von Neumann et Oskar Morgenstern, Princeton University Press, 1944.
- *Retour à Waterloo. Histoire militaire et théorie des jeux*. Philippe Mongin, Éditions de l'EHESS, *Annales. Histoire, Sciences Sociales*, tome 63, 2008.